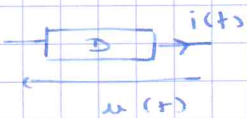
CP2 # PUISSANCE ELECTRIQUE EN REGIME SINUSOÏDAL

I – Puissance électrique reçue par un dipôle

1 – Puissances instantanée et moyenne



- $P(t) = u(t)\, i(t)$ instantanée
- $\left.\begin{matrix} u(t) \\ i(t) \end{matrix}\right|$ T-périodiques $\quad \langle P \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)\, i(t)\, dt$

2 – Valeurs efficaces

- Déf : pr $s(t)$, T-périodique, S_{eff} définie par :

$$S_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t)\, dt \quad \text{i.e.} \quad S_{eff} = \sqrt{\langle s^2 \rangle}$$

- Sens φ : Supposons $s(t)$ = le courant $i(t)$ parcourant une résistance R

$\langle P \rangle = \langle R i^2(t) \rangle = R I_{eff}^2$ donc I_{eff} = le courant continu qui donnerait le m̂ effet Joule moyen ds R.

- Cas du régime sinusoïdal :

$$s(t) = S_m \cos(\omega t + \alpha)$$

$$S_{eff}^2 = \frac{S_m^2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \underbrace{\cos^2(\omega t+\alpha)}_{\frac{1+\cos(2\omega t+2\alpha)}{2}}\, dt = \frac{S_m^2}{T} \times \frac{T}{2} = \frac{S_m^2}{2}$$

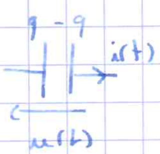
$$\Rightarrow \boxed{S_{eff} = \frac{S_m}{\sqrt{2}}} \quad \text{sinusoïdaux}$$

3 – Dipôles linéaires usuels : puissance moyenne en rég. périodique

- Résistance : $\langle P \rangle = \langle R\, i^2(t) \rangle = R I_{eff}^2$

$$= \left\langle \frac{u^2(t)}{R} \right\rangle = \frac{U_{eff}^2}{R}$$

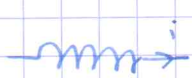
- Condensateur idéal



$$\langle P \rangle = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u(t)\, i(t)\, dt = \frac{C}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u\, du = \frac{C}{T}\left[\frac{u^2}{2}\right]_{t_0}^{t_0+T} = 0$$

en rég. périodiq

- Bobine idéale : $\langle P \rangle = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{t_0}^{t_0+T} L \frac{di}{dt}\, i\, dt = \frac{L}{T}\left[\frac{i^2}{2}\right]_{t_0}^{t_0+T} = 0$



$u(t) = L\dfrac{di}{dt}$

II - Puissance en régime sinusoïdal

1 - Impédance et admittance complexes - Représentation de Fresnel

→ Dipôle linéaire, d'impédance $\underline{Z}$ en RSF : $\begin{cases} \underline{u}(t) = \underline{U}\, e^{j\omega t} \\ \underline{i}(t) = \underline{I}\, e^{j\omega t} \end{cases}$

• Déf : $\underline{Z} \hat{=} \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}}$ où $\underline{Z} = \underbrace{R}_{\text{résistance}} + j\,X$ — réactance

$\underline{Y} = \dfrac{1}{\underline{Z}}$

ou bien $\underline{Z} = |\underline{Z}|\, e^{j\varphi}$ $\begin{cases} |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \tan\varphi = \dfrac{X}{R} \end{cases}$

• Courant et tension réels

φ : déphasage de $u(t)$ / à $i(t)$

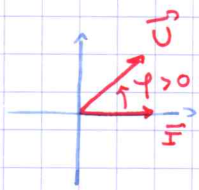
$i(t) = I_m \cos(\omega t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t$

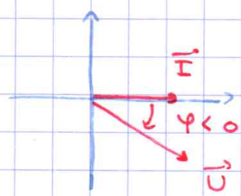
$u(t) = U_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ où $\dfrac{U_{eff}}{I_{eff}} = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$

• Représentation de Fresnel :

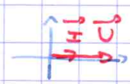
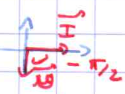
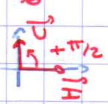
$(i(t), u(t)) \longrightarrow (\vec{I}, \vec{U})$ de modules (I_{eff}, U_{eff})

→ ici : on prend $\vec{I}$ comme origine des phases :





• Dipôles linéaires usuels (idéaux)

	$\underline{Z}$	résistance	réactance	admittance	φ	Fresnel
Résistance	R	R	0	$1/R$	0	
Condensateurs	$\dfrac{1}{jC\omega}$	0	$-\dfrac{1}{C\omega}$	$jC\omega$	$-\dfrac{\pi}{2}$	
Bobine	$jL\omega$	0	$L\omega$	$\dfrac{1}{jL\omega}$	$\dfrac{\pi}{2}$	

2 - Puissance $\boxed{\text{moyenne} \\ \text{active}}$ absorbée par 1 impédance en RSF - Facteur de puissance

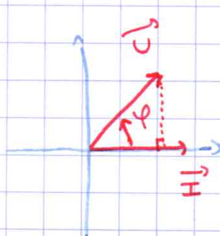
→ Soit 1 dipôle linéaire : $\underline{Z} = |\underline{Z}|\, e^{j\varphi}$

$\begin{cases} i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\cos\omega t \\ u(t) = U_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$

$$\langle P \rangle = \langle u(t)\, i(t) \rangle = 2 U_{eff} I_{eff} \times \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \underbrace{\cos(\omega t)\cos(\omega t + \varphi)}_{\frac{1}{2}[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi]}\, dt$$

$$\langle P \rangle = U_{eff}\, I_{eff} \cos\varphi$$

• Interprétation géométrique



$\langle P \rangle = U_{eff} \times I_{eff} \times \cos\varphi = \vec{U} \cdot \vec{I}$

→ $\langle P \rangle$ est max pr $\varphi = 0$

nulle pr $\varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$

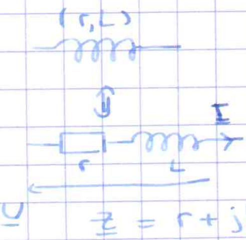
• Facteur de puissance $\quad \cos\varphi = \dfrac{\langle P\rangle}{\underbrace{U_{eff} I_{eff}}_{\text{puissance apparente (en V.A)}}}$

3_ Puissance moyenne en fonction de $\underline{Z}$ ou $\underline{Y}$ - Cas d'un dipôle purement réactif.

• $\langle P\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\underline{U}.\underline{I}^*) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\underline{Z}\,\underbrace{\underline{I}\,\underline{I}^*}_{|\underline{I}|^2}) = \frac{|\underline{I}|^2}{2}\mathrm{Re}(\underline{Z})$

donc $\langle P\rangle = I_{eff}^2 \times \mathrm{Re}(\underline{Z})$ → dipôles en série

$\langle P\rangle = r\, I_{eff}^2 \Leftarrow$



$\underline{Z} = r + jL\omega$

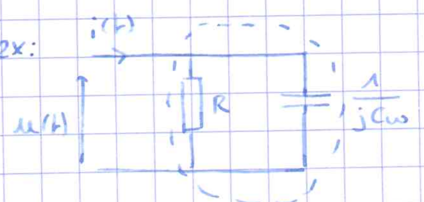
• $\langle P\rangle = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\underline{U}.\underline{I}^*)$

$= \frac{1}{2}\mathrm{Re}(\underline{U}.\underline{U}^*\underline{Y}^*)$

$= \frac{|\underline{U}|^2}{2}\mathrm{Re}(\underline{Y}^*)$

donc $\langle P\rangle = U_{eff}^2 \times \mathrm{Re}(\underline{Y})$ → dipôles en //

ex:



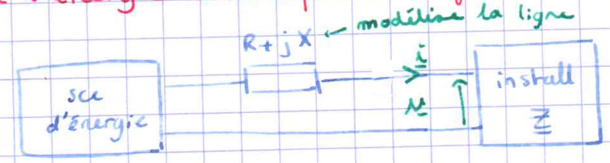
$\underline{Y} = \frac{1}{R} + jC\omega \qquad \langle P\rangle = \frac{U_{eff}^2}{R}$

• Cas d'un dipôle purement réactif $\qquad \underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$ imaginaire pur

$\Rightarrow \langle P\rangle = 0 \qquad$ Cas de $\left|\begin{smallmatrix} C \\ L \end{smallmatrix}\right.$ purs

III - Distribution de l'énergie électrique et facteur de puissance d'une installation

1_ Pertes en ligne



• Puissances moyennes : P_g = fournie par la sce

$P_u = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi$

$P_\ell = R I_{eff}^2$

• Rendement $\quad \rho = \dfrac{P_u}{P_g} = \dfrac{P_u}{P_u + P_\ell} = \dfrac{1}{1 + \frac{P_\ell}{P_u}} = \dfrac{1}{1 + \frac{R P_u}{U_{eff}^2 \cos^2\varphi}}$

• Courant eff. consommé : $\quad I_{eff} = \dfrac{P_u}{U_{eff}\cos\varphi}$

Hypo : on est à U_{eff} (= 230V p.ex.) fixée et P_u fixée (6kW p.ex)

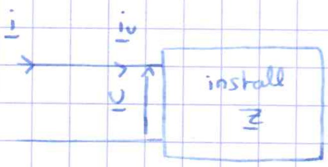
Si $\cos\varphi$ "petit"
- → appel de I_{eff} élevé ⇒ pertes Joule élevées ⇒ surdimensionnement des lignes } surcoût
- → rendement faible (pertes Joules élevées)

→ le distributeur (ERDF) impose une valeur minimale au $\cos\varphi$: $\cos\varphi \geq 0{,}93$

2 - Relèvement du facteur de puissance

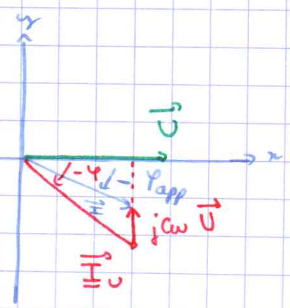
→ Soit 1 installation inductive (présence de nbreux moteurs) ($\underline{Z}$)
i.e. $\varphi = \arg(\underline{Z})$

Hyp : $\cos\varphi < 0{,}93$ Q : comment relever le $\cos\varphi$ de l'installation ?



Idée : associer en // un condensateur pr réduire φ_{app} et ↗ $\cos\varphi_{app}$

$\underline{i} = \underline{i_u} + \underline{i_C} \Rightarrow \underline{I} = \underline{I_u} + jC\omega\underline{U}$



$\rightarrow \begin{cases} \varphi_{app} < \varphi \Rightarrow \cos\varphi_{app} > \cos\varphi \\ I < I_u \end{cases}$

→ $I\cos\varphi_{app} = I_u\cos\varphi$ // Ox

$I_u\sin\varphi - C\omega U = I\sin\varphi_{app}$ // Oy

→ $\varphi_{app} = 0$?

$\Rightarrow I_u\sin\varphi = C\omega U$

$$C = \frac{I_u\sin\varphi}{\omega U}$$

$$C = \frac{P_u\tan\varphi}{\omega U^2}$$

IV - Le traitement de l'énergie électrique

1 - Production, transport, utilisation

CP4 : conversion électroméca.

- Production :

En. nucléaire ou X $\xrightarrow{\text{chaudière}}$ En. thermique $\xrightarrow{\text{Turbine}}$ En. méca $\xrightarrow{\text{Alternateur}}$ En. élec

- Transport : le long de lignes HT

Centrale (20 kV) → Transfo → ligne HT (400 kV) → (...) → Install. domestique (230 V)

conv. électromag. statique : CP3

- Utilisation : → chauffage, éclairage : ~ (alternatif)
→ traction élec : ~ / =
→ électrolyse industrielle =
→ four à induction : ~
→ chargeur : =

CP5 : conversion électronique statique

2 - Typologie des convertisseurs

$P_{méca} \Rightarrow$ Générateur $\Rightarrow P_{élec}$

$P_{élec} \Rightarrow$ Moteur $\Rightarrow P_{méca}$

$P_{élec} \Rightarrow$ Transfo ou/et convertisseur $\Rightarrow P_{élec}$

- Rendement : $\rho = \dfrac{P_s}{P_e}$ or $P_e = P_s + P_{perte} \Rightarrow \rho = 1 - \dfrac{P_{pertes}}{P_e} < 1$

- ODG :
- Alternateur de centrale nucléaire : $P_s \approx 1000$ MW $U_{eff} \approx 20$ kV → $I \approx 10$ kA
- TGV : $P \approx 10$ MW $\begin{cases} U_{eff} = 25\text{ kV en AC} \\ U_{cc} = 1{,}5\text{ kV en DC} \end{cases}$ → $I \approx$ kA
- Voiture élec : $P \approx 50$ kW
- Tram Bx : $U = 750$ V DC $P = 4 \times 120$ kW ou 6×120 kW