

## 1. Milieux ferromagnétiques dans l'ARQS magnétique

### Exercice 1 : Choix d'un matériau ferromagnétique

A l'aide du tableau suivant, préciser si les matériaux proposés peuvent être utilisés dans :

- un transformateur basse fréquence
- un transformateur haute fréquence
- un aimant permanent

| Matériau            | $\mu_0 M_{sat}$ (T) | $B_r$ (T) | $H_c$ (A.m <sup>-1</sup> ) | Résistivité (μΩ.cm) |
|---------------------|---------------------|-----------|----------------------------|---------------------|
| Fer 3% Silicium     | 2                   | 1         | 25                         | 48                  |
| Acier               | 1,8                 | 1,0       | 4.10 <sup>3</sup>          | 50                  |
| Fer 50% Nickel      | 1,6                 | 1,0       | 1,0                        | 45                  |
| Samarium<br>Colbalt | 1,7                 | 0,75      | 5.10 <sup>5</sup>          | 55                  |
| Ferrite 1           | 0,35                | 0,1       | 18                         | 10 <sup>6</sup>     |
| Ferrite 2           | 0,60                | 0,4       | 2,2.10 <sup>5</sup>        | 10 <sup>7</sup>     |
| Ferrite 3           | 0,48                | 0,15      | 30                         | 10 <sup>8</sup>     |

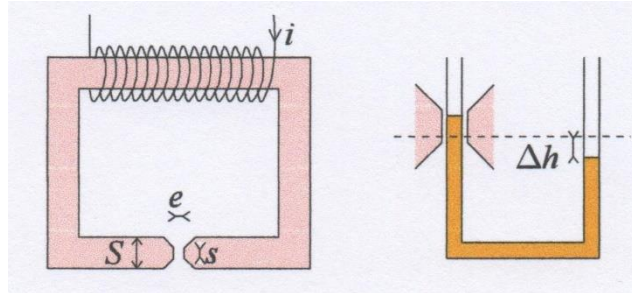
### Exercice 2 : Désaimantation accidentelle d'une carte magnétique

L'information contenue sur une bande magnétique telle que celle située au dos d'une carte bancaire, ou constituant les supports des anciens enregistrements audio ou vidéo, peut être endommagée si la bande est soumise à une excitation magnétique de l'ordre de 400 A.m<sup>-1</sup>.

Quelle est la distance minimale à laquelle on ne doit pas approcher une carte bancaire d'un petit aimant de type néodyme (de volume  $V \approx 1 \text{ cm}^3$  et de champ rémanent  $B_r \approx 1\text{T}$ ) pour éviter la perte des données enregistrées sur la piste magnétique ?

### Exercice 3 : Mesure de susceptibilité magnétique

On souhaite mesurer la susceptibilité d'une solution paramagnétique de  $\text{FeCl}_3$ , de masse volumique  $\rho = 1,1 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Pour cela, on place cette solution dans un tube en U. L'une des extrémités est placée entre les pièces polaires d'un électroaimant, l'autre extrémité est loin de toute source de champ magnétique. Lorsqu'on alimente l'électroaimant, le niveau du fluide varie de  $\Delta h$  (tout en restant dans l'entrefer de l'aimant). Le champ magnétique dans l'entrefer est mesuré par un teslamètre à effet Hall.



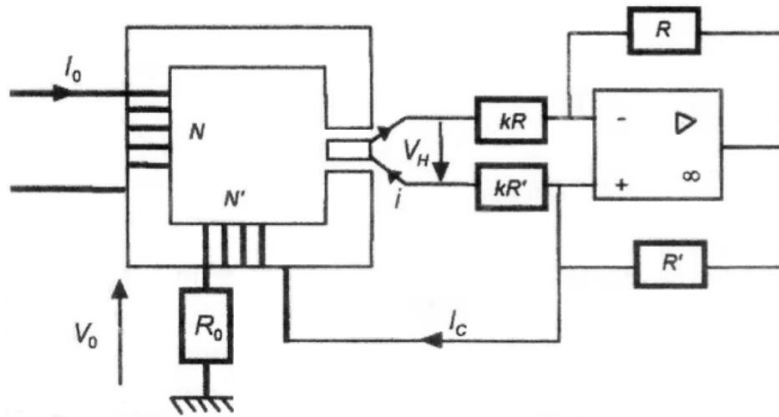
1. On commence par étudier l'électroaimant. Celui-ci est constitué d'un noyau ferromagnétique de perméabilité relative  $\mu_r$ , de longueur  $\ell$  et de section  $S$  sur la quasi-totalité de sa longueur. Les extrémités ont une section  $= \frac{S}{10}$ . Sur ce matériau est enroulée une bobine de  $N$  spires parcourue par un courant  $i$ . L'entrefer est de largeur  $= \frac{\ell}{100}$ .  
Exprimer le champ dans l'entrefer en fonction des paramètres géométriques et électriques de l'électroaimant, et justifier que  $B \approx \frac{\mu_0 Ni}{e}$ .
2. On rappelle que la force subie par un moment magnétique  $\vec{m}$  plongé dans un champ  $\vec{B}$  inhomogène est donnée par la relation :  $\vec{F} = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B}$ . Montrer que la force magnétique volumique subie par la solution de  $\text{FeCl}_3$  s'écrit :  $\vec{f} = \frac{\chi_m}{2\mu_0} \nabla(B^2)$ , où  $\chi_m$  désigne la susceptibilité magnétique de la solution.  
*Donnée :* dans ce contexte,  $(\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} = \nabla \left( \frac{B^2}{2} \right)$ .
3. En déduire la relation entre  $B$  et  $\Delta h$ . Le niveau du fluide s'élève-t-il ou s'abaisse-t-il dans l'entrefer ?
4. On mesure  $\Delta h = 8 \text{ mm}$  pour  $B = 2,0 \text{ T}$ . En déduire la susceptibilité de la solution.

### Exercice 4 : Capteur de courant

Le dispositif ci-dessous est utilisé comme sonde ampèremétrique dans divers dispositifs de régulation de commande de forte puissance. Le circuit magnétique est constitué d'un matériau magnétique de très forte perméabilité et d'un entrefer d'épaisseur  $e$  faible devant la longueur totale  $\ell$  du circuit. Le courant  $I_0$  que l'on cherche à mesurer est injecté dans un circuit électrique comportant  $N$  spires bobinées autour du circuit magnétique. Une sonde de Hall, placée dans l'entrefer, mesure alors une tension  $V_H$  proportionnelle à l'intensité  $B_e$  du champ magnétique qui y règne (on note  $\alpha$  la constante de proportionnalité).

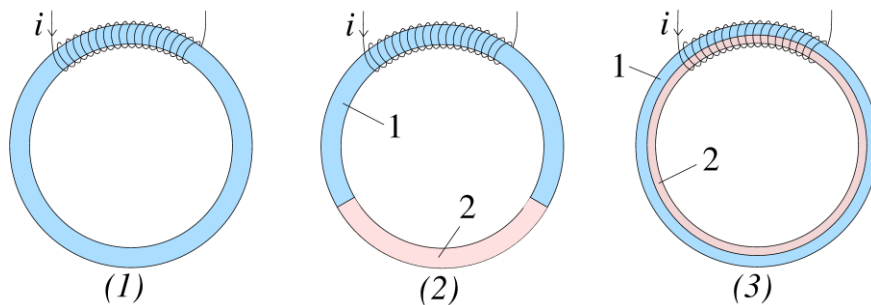
La tension  $V_H$  est appliquée à l'entrée d'un dispositif électronique à amplificateur linéaire intégré, dont l'une des branches est enroulée ( $N_0$  spires) autour du circuit magnétique précédent. On suppose que l'ALI fonctionne en régime linéaire et qu'il est idéal.

Données :  $e = 1,0 \text{ mm}$ ;  $\alpha = 0,1 \text{ V} \cdot \text{T}^{-1}$ ;  $kR_0 = 0,1 \Omega$ ;  $N = 1$  et  $N_0 = 1000$ .

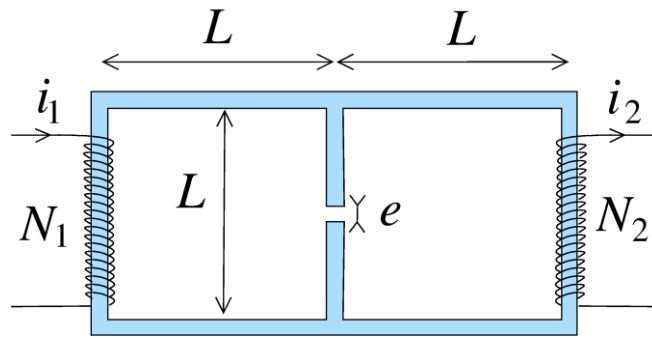


1. Donner une relation entre  $V_H$ ,  $N$ ,  $N_0$ ,  $I_0$  et  $I_C$ . On précisera les hypothèses effectuées.
2. Déterminer la relation liant  $I_C$  et  $V_H$ .
3. Déterminer la valeur de la résistance  $R_0$  permettant d'obtenir, en sortie de dispositif, une tension  $V_0$  telle que  $V_0 = \beta I_0$  avec  $\beta = 0,25 \text{ V.A}^{-1}$ .

### Exercice 5 : Réductance d'un circuit magnétique



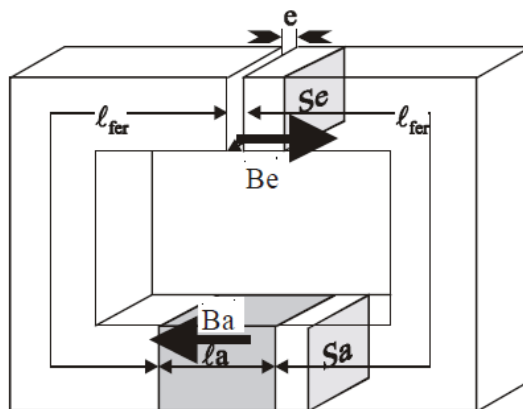
1. On considère le circuit magnétique (1), constitué d'un milieu ferromagnétique torique de perméabilité  $\mu$ , de longueur  $\ell$  et de section  $S$ . Une bobine de  $N$  spires parcourue par un courant  $I$  est enroulée autour du tore ferromagnétique.  
Montrer qu'on peut écrire une « loi d'Ohm magnétique »  $\epsilon = \mathcal{R}\phi$ , où  $\epsilon = Ni$  est appelée force magnétomotrice, et  $\phi$  est le flux du champ  $\vec{B}$  à travers une section du tore. Donner l'expression de la réductance  $\mathcal{R}$  en fonction des paramètres du circuit ferromagnétique.
2. On considère le circuit magnétique (2) constitué de deux matériaux ferromagnétiques différents (même section  $S$ , perméabilité  $\mu_1$ , longueur  $\ell_1$  pour le premier, perméabilité  $\mu_2$ , longueur  $\ell_2$  pour le second).  
Montrer qu'on peut définir une réductance  $\mathcal{R}$  équivalente dont on donnera l'expression en fonction des réductances  $\mathcal{R}_1$  et  $\mathcal{R}_2$  des deux milieux ferromagnétiques. Commenter.
3. On considère le circuit magnétique (3) constitué de deux matériaux ferromagnétiques différents (même longueur  $\ell$ , perméabilité  $\mu_1$ , section  $S_1$  pour le premier, perméabilité  $\mu_2$ , section  $S_2$  pour le second). Même question. Commenter.
4. On considère l'électroaimant ci-dessous, constitué d'un milieu ferromagnétique de section  $S = 4,0 \text{ cm}^2$  et de perméabilité relative  $\mu_r = 10^4$  et de deux bobines de nombres de spires  $N_1 = 200$  et  $N_2 = 300$  parcourues par les courants respectifs  $i_1 = 3,0 \text{ A}$  et  $i_2 = 2,0 \text{ A}$ . Calculer le champ magnétique dans l'entrefer de largeur  $e = \frac{L}{100}$ , avec  $L = 20 \text{ cm}$ .



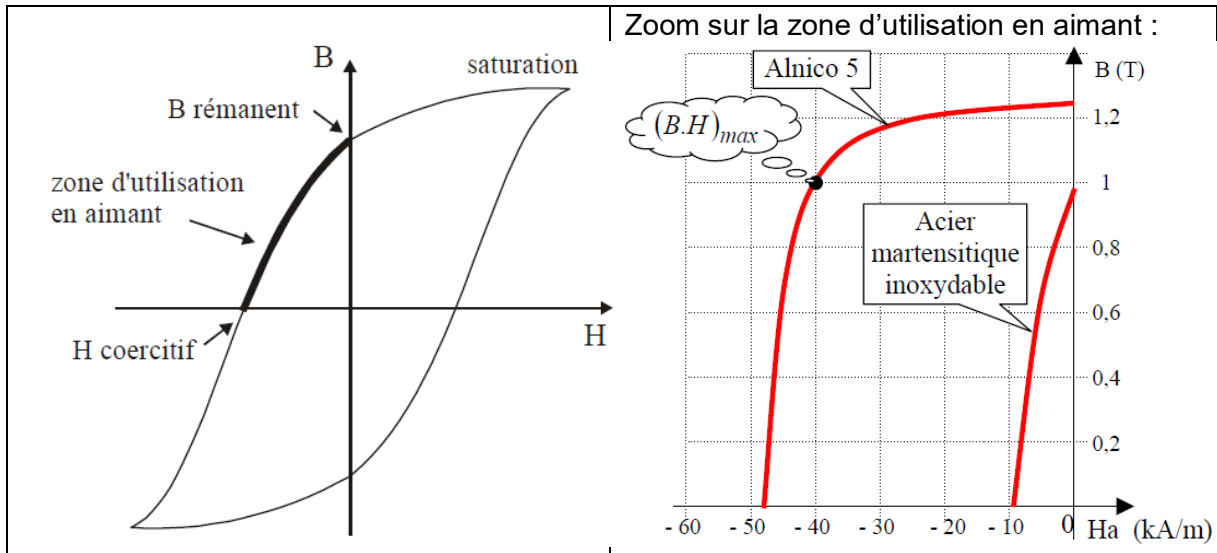
### Exercice 6 : Dimensionnement d'un aimant permanent

On considère un circuit magnétique composé :

- d'un circuit ferromagnétique doux linéaire, homogène, isotrope, de perméabilité supposée infinie,
- d'un aimant Alnico de longueur  $\ell_a$  et de section constante  $S_a$ ,
- d'un entrefer de longueur  $e$  et de section  $S_e$ .



On fera l'hypothèse des champs unidimensionnels et homogènes. On négligera toute fuite et tout effet de bord. Le cycle d'hystérésis du matériau Alnico est graphiquement connu (voir figure : à gauche, cycle complet ; à droite, zone d'utilisation en aimant).



1. Ecrire le théorème d'Ampère relatif à une ligne d'excitation moyenne traversant le circuit ferromagnétique, l'entrefer et l'aimant.
2. Que peut-on dire de la valeur de l'excitation magnétique dans le matériau ferromagnétique doux ? En déduire la relation entre les excitations magnétiques  $H_a$  et  $H_e$  régnant dans l'aimant et dans l'entrefer.
3. Quelle relation lie les champs magnétiques  $B_a$  et  $B_e$  régnant dans l'aimant et dans l'entrefer ?
4. Déduire des questions précédentes la relation liant l'excitation  $H_a$  et l'induction  $B_a$  dans l'aimant.
5. Déterminer le point de fonctionnement de l'aimant ( $B_a, H_a$ ) à partir d'une construction graphique issue des questions précédentes.
6. Pour un champ magnétique  $B_e$  donné dans l'entrefer et un volume d'entrefer  $V_e = eS_e$  donné, montrer que le volume de l'aimant nécessaire est minimum si le produit  $B_a H_a$  est maximum (critère d'Evershed). Ce point est repéré pour l'aimant en AlNiCo considéré sur la figure ci-dessus.
7. En déduire la section de l'aimant et sa longueur si l'on souhaite obtenir un champ de 1,5 T dans un entrefer de longueur 5 mm et de section  $1 \text{ cm}^2$ .
8. On désire par la suite annuler le champ magnétique dans l'entrefer. Pour cela on entoure une partie du circuit ferromagnétique par un bobinage de 1000 spires. Déterminer la valeur du courant qui permet d'annuler le champ magnétique.
9. Faire un dessin du circuit magnétique en présence du bobinage. Indiquer le sens du champ rémanent dans l'aimant et celui du courant. Justifier l'orientation de ce dernier.

### Exercice 7 : Energie magnétique stockée dans l'entrefer d'un électroaimant

On considère un circuit magnétique torique, de section  $S$  et rayon moyen  $R$ , réalisé en matériau ferromagnétique doux de perméabilité  $\mu$ . Un entrefer d'épaisseur  $e$  est ménagé dans le circuit magnétique. On supposera que la largeur de l'entrefer est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer que la géométrie des lignes de champ n'est pas modifiée par la présence de celui-ci. D'autre part, les champs sont considérés uniformes sur une section, leur valeur étant déterminée à la distance  $R$  de l'axe du tore. Un circuit électrique de  $N$  spires enlace le tore, il est parcouru par un courant  $i$ . On rappelle que l'énergie magnétique se distribue dans l'espace avec une densité volumique  $w_{mag} = \frac{B^2}{2\mu}$

où  $B$  et  $\mu$  correspondent aux valeurs du champ magnétique et de la perméabilité magnétique au point considéré.

1. Exprimer l'énergie magnétique emmagasinée dans le fer, dont on notera  $\ell = 2\pi R$  la longueur moyenne. On mettra le résultat en fonction du flux  $\phi$  du champ magnétique à travers une section du tore, de l'excitation magnétique  $H_f$  dans le milieu et de la longueur  $\ell$ .
2. Faire de même avec l'entrefer.
3. Exprimer le rapport entre ces deux énergies. Pour un matériau de perméabilité relative  $\mu_r = 5000$  et un rapport  $\frac{\ell}{e} = 100$ , quelle erreur commet-on en considérant que l'énergie magnétique est totalement comprise dans l'entrefer ?

### Exercice 8 : Transition para – ferromagnétique dans le modèle de Weiss

Certains solides cristallins (comme le fer) sont susceptibles de présenter, en dessous d'une certaine température critique  $T_C$  (dite température de Curie (Pierre !)) une aimantation spontanée en l'absence de champ magnétique extérieur appliqué : il s'agit alors d'aimants permanents.

Pour rendre compte de ce phénomène, nous adoptons le modèle des spins à 2 niveaux : une composante  $m_z$  quelconque du moment magnétique d'un atome ne peut prendre que l'une des deux valeurs  $+\mu$  ou  $-\mu$  ( $\mu = 0,93 \cdot 10^{-23} \text{ J.T}^{-1}$ ). Mais les propriétés ferromagnétiques étant dues à une interaction entre les spins, qui tend à les aligner, il nous faut trouver le moyen d'en rendre compte. Le problème du ferromagnétisme est un problème d'une très grande complexité (c'est ce qu'on appelle le problème de Heisenberg, non résolu à ce jour !).

Nous allons donc adopter un modèle dit de « champ moyen » dû au physicien français Pierre Weiss (1907) dans lequel on suppose que chaque moment magnétique atomique est plongé dans un champ total  $\vec{B} = B\vec{u}_z = (B_{ext} + \mu_0\lambda M)\vec{u}_z$  où  $\lambda$  est une constante positive sans dimension et  $M$  désigne l'aimantation du solide (constitué de  $N$  atomes par unité de volume). La contribution supplémentaire  $\mu_0\lambda M$  rend compte des interactions entre spins.

Le cristal est supposé en équilibre avec un thermostat de température  $T$ . De ce fait, la probabilité qu'un atome ait l'énergie  $\epsilon$  est proportionnelle au « facteur de Boltzmann » :  $p(\epsilon) = A \exp\left(-\frac{\epsilon}{k_B T}\right)$  où  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$  est la constante de Boltzmann.

1. Donner l'expression de l'énergie d'interaction d'un atome de moment magnétique  $m_z$  avec le champ magnétique en fonction de  $m_z$  et  $B$ .
2. Calculer le moment magnétique moyen  $\langle m_z \rangle$  d'un atome, et en déduire l'équation « d'auto-cohérence » vérifiée par l'aimantation :  $M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu(B_{ext} + \mu_0\lambda M)}{k_B T}\right)$ .
3. On se place ici à champ extérieur nul :  $B_{ext} = 0$ .
  - a) Montrer graphiquement qu'en dessous d'une certaine température critique  $T_C$  à déterminer, le cristal peut présenter une aimantation spontanée  $M_s$  (c'est-à-dire sans champ extérieur) non nulle.
  - b) Que devient l'aimantation spontanée quand  $T \rightarrow T_C^-$  ? Déterminer l'expression approchée de  $M_s$  au voisinage de  $T_C^-$ .  
Donnée :  $\tanh x \sim x - \frac{x^3}{3}$  quand  $x \rightarrow 0$ .
  - c) Que devient l'aimantation spontanée au voisinage du zéro absolu ?
  - d) En déduire l'allure de la courbe  $M_s(T)$ .

- e) Pour le fer,  $T_C = 1043$  K. Montrer numériquement que l'interaction responsable de la tendance à l'alignement des spins ne peut être d'origine magnétique. En fait, c'est une interaction coulombienne, de nature purement quantique (interaction dite « d'échange »).
4. On applique maintenant un champ extérieur :  $B_{ext} \neq 0$ , et on suppose que  $T > T_C$ . Puisqu'on est à « haute » température, l'ordre ferromagnétique est en grande partie détruit. Dans ces conditions, il est légitime de penser que  $B_{ext} + \mu_0 \lambda M$  est au plus de l'ordre du Tesla.
- a) Quelle approximation vous paraît-il raisonnable d'envisager dans l'équation d'auto-cohérence ? On attend un argument numérique.
- b) En déduire l'expression de l'aimantation  $M$  en fonction du champ extérieur  $B_{ext}$ .
- c) Que vaut la susceptibilité magnétique du milieu définie par  $\frac{\chi}{\mu_0} \cong \lim_{B_{ext} \rightarrow 0} \frac{\partial M}{\partial B_{ext}}$  ? Comment peut-on qualifier le comportement du milieu ?

## 2. Puissance électrique en RSF

### Exercice 9 : Valeurs efficaces

Déterminer la valeur efficace des courants suivants :

1. Signal carré symétrique d'amplitude  $I_m$  et de période  $T$ .
2. Signal rectangulaire entre 0 et  $I_m$  de rapport cyclique  $\alpha$  ( $i(t) = I_m$  pour  $t \in [0, \alpha T]$ ,  $i(t) = 0$  pour  $t \in [\alpha T, T]$ ).
3. Signal triangulaire symétrique d'amplitude  $I_m$  et de période  $T$ .

### Exercice 10 : Angle de pertes d'un condensateur

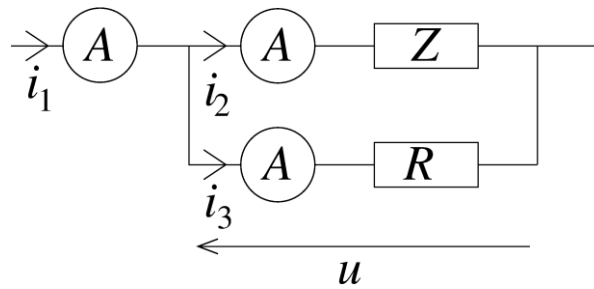
Le modèle d'un condensateur électrochimique correspond à l'association en // de sa capacité  $C = 1 \mu\text{F}$  et de sa résistance de fuite  $R_f = 100 \text{ M}\Omega$ . Le condensateur est alimenté par une tension sinusoïdale  $u(t) = U_{eff} \sqrt{2} \cos(2\pi f t)$ , avec  $f = 50 \text{ Hz}$  et  $U_{eff} = 10 \text{ V}$ .

On exprime le courant circulant dans le condensateur sous la forme :  $i(t) = -I_{eff} \sqrt{2} \sin(2\pi f t - \delta)$  où  $\delta$  est l'angle de pertes du condensateur.

À l'aide d'un diagramme de Fresnel, exprimer et calculer l'angle  $\delta$  de pertes du condensateur. Exprimer en fonction de  $\delta$  la puissance moyenne consommée par le condensateur. La calculer numériquement.

### Exercice 11 : Mesure d'un facteur de puissance par la méthode des 3 ampèremètres

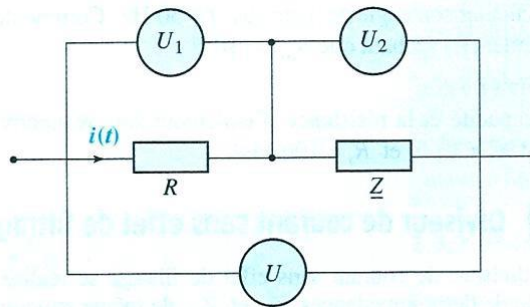
On peut déterminer le facteur de puissance d'un dipôle ( $Z$  quelconque) alimenté en régime sinusoïdal par le montage des trois ampèremètres utilisant une résistance étalon  $R$  (cf. figure). Les ampèremètres donnent les trois courants efficaces  $I_{1e}$ ,  $I_{2e}$  et  $I_{3e}$ .



1. En utilisant la loi des nœuds, déterminer le facteur de puissance du dipôle d'impédance  $\underline{Z}$  en fonction des trois courants efficaces.
2. En déduire la puissance moyenne consommée par ce dipôle en fonction de  $R$  et des courants efficaces.

### Exercice 12 : Mesure d'un facteur de puissance par la méthode des 3 voltmètres

Pour mesurer la puissance active d'un dipôle d'impédance  $\underline{Z}$ , on place ce dipôle en série avec une résistance connue  $R$  et on dispose trois voltmètres selon le schéma électrique suivant :



Déterminer le facteur de puissance du dipôle en fonction des indications des voltmètres et en déduire la puissance active reçue par le dipôle.

### Exercice 13 : Relèvement du facteur de puissance d'un moteur électrique

Un moteur électrique est alimenté par un courant alternatif de fréquence 50 Hz sous une tension efficace  $U_{eff} = 220$  V. Sa puissance est  $P = 10$  kW et son facteur de puissance est  $\cos \varphi = 0,7$ . Le moteur est modélisé par l'association en série d'une bobine d'inductance  $L$  et d'un résistor de résistance  $R$ .

1. Quelle est la valeur de l'intensité efficace parcourant le moteur ? Déterminer la valeur de  $R$ .
2. Donner l'expression de  $\tan \varphi$  et en déduire la valeur de l'inductance  $L$ .

On souhaite améliorer le facteur de puissance. Pour cela on place un condensateur de capacité  $C$  en parallèle avec le moteur. On note  $\cos \varphi'$  le nouveau facteur de puissance.

3. Donner l'expression de l'admittance de l'ensemble et en déduire  $\tan \varphi'$ .
4. Quelle doit être la valeur de  $C$  pour que  $\cos \varphi' = 0,9$  ? Commenter.



### Exercice 14 : Relèvement du facteur de puissance d'une installation industrielle

Une installation industrielle comporte en parallèle deux machines électriques assimilées à des dipôles inductifs ; elles consomment respectivement  $P_1 = 2000$  W et  $P_2 = 3000$  W et sont caractérisées par des facteurs de puissance  $\cos \varphi_1 = 0,6$  et  $\cos \varphi_2 = 0,7$ .

En parallèle de ces machines est branchée une batterie de lampes purement résistives, qui consomment 2000 W. La tension aux bornes de l'installation est sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 230 V.

1. Calculer le facteur de puissance de l'installation complète et déterminer la valeur efficace du courant appelé par cette installation.
2. Quelle est la valeur du condensateur à mettre en parallèle de cette installation pour rendre le coefficient de puissance égal à 1 ?

### Exercice 15 : Sèche – cheveux

Un sèche-cheveux peut être modélisé par un conducteur ohmique de résistance  $R_C$  réglable (résistance chauffante) associé en parallèle avec le moteur de la soufflerie, modélisé par une bobine d'inductance  $L$  et de résistance interne  $r$ .

Le sèche-cheveux est soumis à la tension  $u(t) = U\sqrt{2} \cos \omega t$  imposée par le réseau de distribution et parcouru par le courant  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ , en convention récepteur. On prendra  $U = 220$  V.

1. Dessiner le schéma électrique équivalent modélisant le sèche-cheveux. Calculer son impédance complexe  $\underline{Z}$ .
2. Représenter dans un diagramme de Fresnel les vecteurs associés à la tension  $u(t)$  et aux courants  $i(t)$ ,  $i_C(t)$  traversant  $R_C$  et  $i_M(t)$  traversant le moteur. Sur ce même diagramme, représenter le déphasage  $\varphi$  du courant  $i(t)$  par rapport à la tension  $u(t)$  et préciser son signe.

Un commutateur permet de sélectionner trois valeurs différentes de  $R_C$  selon le mode de fonctionnement désiré :

- Mode froid :  $R_C$  déconnectée (c'est-à-dire infinie)
- Chauffage moyen :  $R_C = R_1$
- Chauffage fort :  $R_C = R_2$

Les puissances moyennes consommées ainsi que les déphasages courant/tension dans les différents modes sont consignés dans le tableau suivant :

| Mode      | Froid                   | Moyen       | Fort        |
|-----------|-------------------------|-------------|-------------|
| $P$ (kW)  | 0,50                    | 1,0         | 2,0         |
| $\varphi$ | $\varphi_0 = -54^\circ$ | $\varphi_1$ | $\varphi_2$ |

3. Donner l'expression de la puissance moyenne  $P_{mot}$  consommée par le moteur de la soufflerie en fonction de  $r$ ,  $L$ ,  $\omega$  et  $U$ . Quelle est sa valeur numérique ? Calculer numériquement l'inductance  $L$  et la résistance interne  $r$  du moteur.
4. Calculer numériquement les valeurs  $R_1$  et  $R_2$  prises par  $R_C$  dans les deux modes « moyen » et « fort ».
5. Comparer qualitativement les déphasages  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  correspondant aux trois modes de fonctionnement.

### Exercice 16 : Adaptation d'impédance

On considère un dipôle  $D$  d'impédance  $\underline{Z} = R + jX$  alimenté par un générateur de fém  $e(t) = E \cos \omega t$  et d'impédance interne  $\underline{Z}_g = R_g + jX_g$ .

1. Calculer la puissance moyenne consommée par  $D$  en fonction des données du problème.
2. Pour quelle valeur de  $X$  cette puissance est-elle maximale ( $R$  étant fixé) ?
3. Cette condition étant vérifiée, quelle valeur de  $R$  rend la puissance maximale ? Quelle est finalement la relation liant  $\underline{Z}$  et  $\underline{Z}_g$  garantissant un transfert maximal de puissance ?
4. Application : l'impédance interne du générateur est une résistance pure  $R_g$  et la charge une association  $RLC$  série.  $L$  est fixé,  $R$  et  $C$  sont réglables. À quelle condition, la pulsation  $\omega$  étant fixée, y a-t-il adaptation d'impédance ?

### Exercice 17 : Harmoniques de courant et facteur de puissance

Une installation électrique comportant un convertisseur de puissance est soumise à une tension sinusoïdale  $u(t) = U \cos \omega t$  imposée par un réseau de distribution assimilé à une source de tension idéale. Le courant  $i(t)$  appelé à l'entrée n'est pas sinusoïdal mais néanmoins périodique, de même période  $T$  que  $u(t)$ .

Le développement en série de Fourier du courant s'écrit :  $i(t) = \sum_1^\infty I_k \cos(k\omega t + \varphi_k)$ .

1. Que représentent les  $I_k$  ? Comment se nomme le terme  $I_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  ?
2. Calculer la puissance moyenne  $P$ . Commenter.
3. Exprimer la valeur efficace du courant, définie par :  $I_e \triangleq \sqrt{\langle i^2(t) \rangle_T}$ . En déduire l'expression du facteur de puissance  $\psi$  défini par :  $\psi \triangleq \frac{P}{U_e I_e}$ . Commenter.
4. Un filtre sélectif d'ordre 2 est placé à l'entrée de l'installation électrique, dans le but d'éliminer les termes de rang supérieur ou égal à 2. Proposer une réalisation pratique d'un tel filtre. Quelle est son action sur le facteur de puissance ? Parvient-il à l'amener à 1 ?

## 3. Conversion électromagnétique statique : transformateurs.

### Exercice 18 : Détermination des caractéristiques d'un transformateur

On veut construire un transformateur de puissance apparente 1,5 kV·A qui, alimenté sous 380 V, 50 Hz ait, en régime nominal, une tension secondaire de 24 V sur charge résistive. Les valeurs fournies sont les valeurs efficaces.

On dispose d'un circuit magnétique torique de section  $S = 25 \text{ cm}^2$  et de longueur moyenne  $\ell = 60 \text{ cm}$  présentant une perméabilité magnétique relative pratiquement constante et égale à  $\mu_r = 3180$  pour un champ magnétique variant entre 0 et 1 T. On désire faire travailler ce circuit avec un champ magnétique maximal en régime nominal de 0,9 T.

Enfin, on impose une chute de tension relative au secondaire (entre le fonctionnement nominal et le fonctionnement à vide) de 4 %, du fait de la résistance de l'enroulement secondaire.

1. Calculer le courant efficace  $I_2$  du courant secondaire nominal.

- Déterminer la tension secondaire à vide  $U_{2v}$ .
- Déterminer le rapport des nombres de spires :  $m = \frac{N_2}{N_1}$ .
- Quels doivent être les nombres de spires  $N_1$  et  $N_2$  à donner au primaire et au secondaire ?
- Quel est le courant efficace appelé au primaire lorsque le secondaire est à vide ?

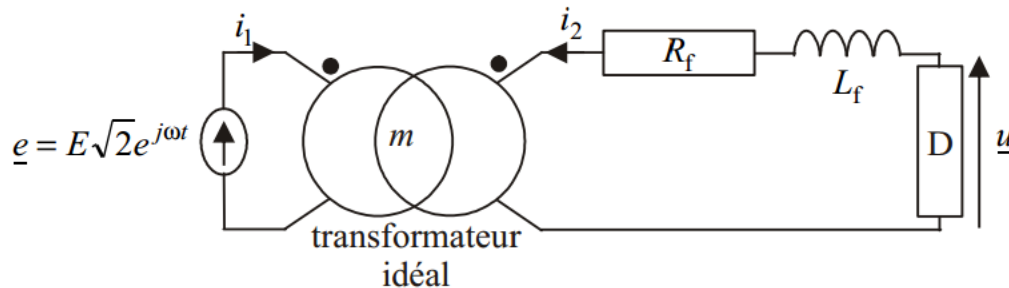
### Exercice 19 : Ligne à haute tension

On considère une ligne bifilaire en cuivre de conductivité  $\gamma = 5,9 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$  et de section  $S = 1 \text{ cm}^2$ , acheminant sur une distance de 20 km de l'énergie électrique à une charge résistive de résistance  $R_0 = 5 \Omega$ , alimentée sous une tension efficace de 230 V.

On dispose de deux transformateurs identiques dont le rapport du nombre de spires des deux enroulements est de 10.

Comment les connecter pour réduire au maximum les pertes dans la ligne bifilaire ? Calculer la puissance ainsi économisée.

### Exercice 20 : Rendement d'un transformateur réel



On considère le transformateur ci-dessus. Les pertes "fer" sont négligées. Les pertes "cuivre" dans les enroulements sont modélisées par la résistance  $R_f$  ramenée au secondaire et les fuites magnétiques sont modélisées par l'inductance de fuite  $L_f$ ; toutes deux sont ramenées au secondaire. Le transformateur est alimenté au primaire par une source idéale de tension de pulsation  $\omega$ , un dipôle purement résistif  $D$  de résistance  $R$  constitue la charge du secondaire.

- Déterminer la tension  $\underline{u}(t)$  à ses bornes et sa valeur efficace  $U$ .
- Définir et calculer le rendement  $\rho$  en puissance du dispositif. Commenter son expression.
- On ajoute un condensateur en série avec la charge. Comment choisir sa capacité  $C$  pour maximiser  $U$  ?

### Exercice 21 : Facteur de puissance apparent d'un transformateur

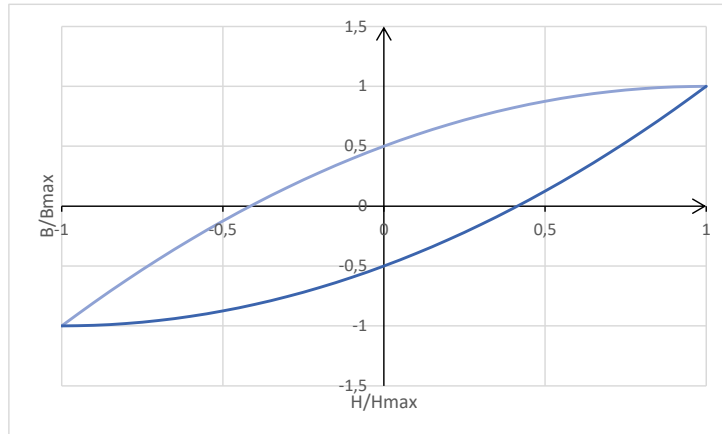
Le primaire d'un transformateur est alimenté sous 220 V, 50 Hz. La section droite de son circuit magnétique est de  $10 \text{ cm}^2$  et le champ magnétique maximal qui y règne est de 1 T. Le rapport  $m$  de transformation est de 0,06. On néglige les pertes cuivre, les pertes fer et les fuites magnétiques.

- Calculer le nombre de spires de chaque enroulement.
- Le circuit magnétique du transformateur est modélisé par un milieu linéaire de perméabilité relative  $\mu_r = 5000$ . Sa longueur moyenne est  $\ell = 60 \text{ cm}$ . Le secondaire est relié à une résistance  $R = 5 \Omega$ . Calculer les courants au primaire et au secondaire du transformateur.

- En déduire alors la puissance moyenne consommée au primaire et le facteur de puissance apparent du transformateur (une grandeur apparente est la valeur de cette grandeur mesurée au primaire du transformateur en charge).

### Exercice 22 : Etude énergétique d'un transformateur

On considère un transformateur monophasé utilisé en régime d'excitation sinusoïdale forcé, le générateur branché au primaire fournissant la tension :  $u_p(t) = U\sqrt{2} \cos \omega t$ . Les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire sont notés  $N_p$  et  $N_s$  et la résistance des bobinages est négligée, dans un premier temps. Le circuit magnétique présente un cycle d'hystérésis représenté ci-dessous :



#### Forme d'onde

- Expliquer pourquoi le flux  $\phi$  dans le circuit magnétique est lui aussi sinusoïdal.
- Le transformateur est refermé sur une charge résistive. Que peut-on dire dans ces conditions sur le courant secondaire  $i_s$  ? Le courant primaire est-il sinusoïdal ?
- Donner l'expression générale de la puissance instantanée absorbée au primaire par le transformateur. Montrer que la valeur moyenne de la puissance fournie ne fait intervenir que l'harmonique d'ordre 1, appelé fondamental, du courant primaire.
- Le circuit secondaire du transformateur est ouvert. On suppose que malgré l'existence du cycle d'hystérésis, on peut considérer temporairement et en première approximation qu'il n'y a ni pertes par hystérésis, ni pertes par effet Joule, ni pertes par courants de Foucault. Quelle est dans ce cas la puissance absorbée par le transformateur ? Quel est le déphasage entre la tension  $u_p(t)$  et l'harmonique 1 du courant primaire ?
- À l'aide de la caractéristique  $B(H)$  du milieu magnétique représentée en unités absolues sur la figure, préciser les notions de champ coercitif et de champ rémanent. Que peut-on dire du champ coercitif dans un matériau magnétique dur ? Faut-il, pour un transformateur, préférer un milieu doux ou un milieu dur ? Pour quelle raison ?

#### Mesure du rendement

On considère désormais que les pertes énergétiques ne sont plus négligeables, c'est-à-dire que l'on tient compte des pertes fer et des pertes Joule. La puissance nominale du transformateur est de 2,2 kV·A.

• **Essai à vide** : le secondaire est ouvert.

On applique au primaire sa tension efficace nominale  $U_{p,nom} = 230$  V. La valeur efficace du courant mesuré au primaire est  $I_p = 1$  A; la puissance mesurée est  $P_{p0} = 80$  W.

- À quoi correspond cette puissance fournie au transformateur ? Quel est le déphasage entre l'harmonique 1 du courant primaire et la tension appliquée au primaire ?

• **Essai en court-circuit** : le secondaire est en court-circuit.

On applique au primaire une tension  $U_{CC}$  telle que le courant secondaire  $I_{SCC}$  soit égale à la valeur nominale du courant que peut débiter le transformateur. Dans ces conditions, la tension au primaire est nettement plus faible que la tension nominale de fonctionnement. La puissance fournie au primaire est  $P_{PCC} = 75 \text{ W}$ .

7. À quoi correspond cette puissance fournie au primaire du transformateur ?

• **Essai sur charge résistive :**

8. Dans les conditions nominales de fonctionnement, on fournit à la charge une puissance  $P_{P,nom} = 2 \text{ kW}$ . Déduire de l'ensemble des résultats précédents le rendement du transformateur dans les conditions de l'essai réalisé.

**Exercice 23 : Etude expérimentale d'un transformateur**

Un transformateur porte les indications suivantes sur sa plaque signalétique : tension nominale primaire  $U_{1N} = 127 \text{ V}$  ; tension nominale au secondaire  $U_{2N} = 220 \text{ V}$  ; puissance apparente  $S_N = 500 \text{ VA}$  ; fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$  ; nombre de spires au secondaire  $N_2 = 500$ . Ces indications correspondent à une charge purement résistive telle que le rendement soit maximal (la puissance  $S_N$  est alors la puissance délivrée à la charge résistive branchée sur le secondaire).

1. Que vaut le courant nominal  $I_{2N}$  au secondaire ?
2. On effectue un essai en continu qui donne  $U_1 = 2,0 \text{ V}$  et  $I_1 = 1,0 \text{ A}$ . Expliquer pourquoi on travaille avec de telles valeurs numériques et ce que l'on peut déduire de ces mesures. La mesure de la résistance du secondaire donne  $r_2 = 5,0 \Omega$ .
3. Dans les conditions nominales, les seuls défauts que l'on prenne en compte sont les résistances des enroulements. Un essai dans les conditions nominales a donné un courant nominal au primaire valant :  $I_{1N} = 4,4 \text{ A}$ . En déduire la valeur du rapport de transformation  $m$  et le nombre de spires  $N_1$  de l'enroulement primaire. Comparer avec le résultat qu'on obtiendrait dans l'hypothèse d'un transformateur parfait.

Calculer la puissance fournie au primaire et vérifier le bilan énergétique. Calculer le rendement nominal  $\rho_N$ .

4. Des essais sous tension efficace au primaire constante  $U_1 = U_{1N} = 127 \text{ V}$  donnent pour l'intensité efficace au secondaire et pour la puissance moyenne consommée au primaire :

|                   |    |     |     |     |     |
|-------------------|----|-----|-----|-----|-----|
| $I_2 \text{ (A)}$ | 0  | 0,4 | 0,8 | 1,1 | 1,3 |
| $P_1 \text{ (W)}$ | 22 | 105 | 185 | 254 | 301 |

- En déduire la valeur des pertes fer  $P_{fer}$ . Commenter les hypothèses de la question 3.
- Exprimer les pertes cuivre  $P_{cu}$  en fonction de  $I_2$ .
- Donner la valeur du rendement  $\rho$  du transformateur pour chaque valeur de  $I_2$ . Commenter.