Lycée GUSTAVE EIFFEL Bordeaux Aquitaine

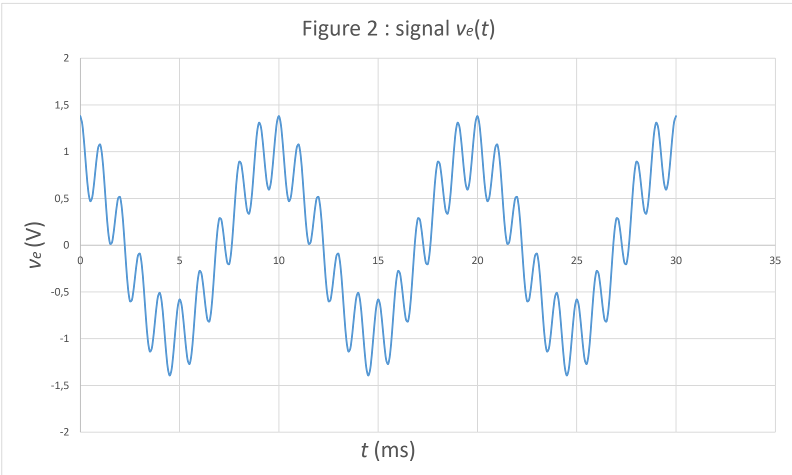
PSI*

Electronique 1

1. *Filtrage linéaire*

Exercice 1 : Filtrage d'un signal bruité

La figure 2 ci-dessous montre un signal $v_e(t)$ contenant un bruit haute fréquence :



1) On souhaite obtenir une tension sinusoïdale sans bruit. Proposer un montage susceptible de remplir le cahier des charges (on attend des valeurs numériques).
2) Même question si le signal bruité présente en plus une composante continue (que l'on souhaite aussi éliminer).
3) On souhaite ne conserver que le signal haute fréquence. Même question.

Exercice 2 : Détermination expérimentale des paramètres d'un filtre

On considère un filtre dont la fonction de transfert est : $\underline{H}\,(j\omega) = \frac{H_0}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$ avec $H_0 \geq 1$ et

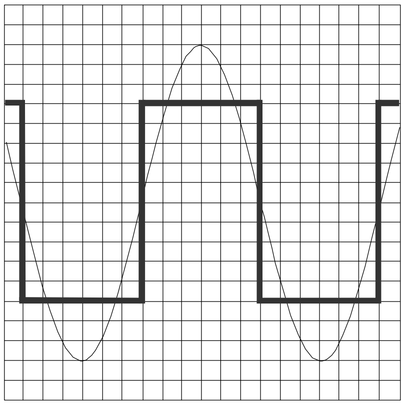
$Q \geq 1$.

Pour déterminer les valeurs de H_0, ω_0 et Q du filtre, on étudie sa réponse à une tension d'entrée V_e en créneaux d'amplitude E pour deux périodes différentes T_1 (expérience 1) et T_2 (expérience 2). Les courbes sont observées à l'oscilloscope : V_e en voie I ; V_s en voie II.

On rappelle le développement en série de Fourier d'un créneau d'amplitude E et de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$V_e(t) = \frac{4E}{\pi}\left(\cos(\omega t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega t) + \frac{1}{5}\cos(5\omega t) + \cdots\right)$

Expérience 1 :

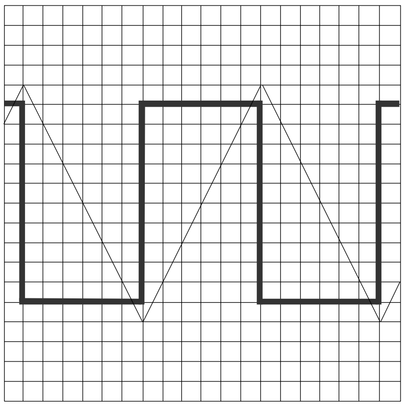


On donne ci-contre les relevés à l'oscilloscope. On a une sensibilité verticale de 0,1 V par carreau en voie I (en gras) ; de 0,5 V par carreau en voie II, et une base de temps de 0,1 ms par carreau. Les zéros sont réglés au centre de l'écran. Lorsque l'on augmente ou diminue légèrement la pulsation de V_e, on constate que l'amplitude de V_s diminue.

Expliquer la forme de la courbe observée. En déduire la valeur de ω_0.

Exprimer H_0 en fonction de *E* et $V_{s,max}$. Déterminer sa valeur numérique.

Expérience 2 :



On donne ci-contre les relevés à l'oscilloscope. On a une sensibilité verticale de 0,1 V par carreau en voie I (en gras) ; de 0,04 V par carreau en voie II, et une base de temps de $10\,\mu s$ par carreau. Les zéros sont réglés au centre de l'écran.

D'après la forme du signal de sortie, dans quel domaine de pulsations ω_2 se trouve-t-elle ? Justifier grâce à l'analyse de Fourier. Vérifier l'affirmation précédente en mesurant en rad.s^{-1} la valeur de la pulsation ω_2.

Déterminer la relation approchée vérifiée par les signaux $V_e(t)$ et $V_s(t)$. En déduire la relation entre la pente p du signal de sortie et $E, H_0, \omega_0, Q\ H_0$. En déduire la valeur numérique de *Q*.

Cohérence

A l'aide de la valeur trouvée pour *Q*, calculer numériquement les amplitudes des réponses au fondamental et au premier harmonique non nul de la tension V_e de l'expérience 1. Vérifier la cohérence entre les deux expériences.

Exercice 3 : Lecture d'un diagramme de Bode

On s'intéresse à un système linéaire caractérisé par le diagramme de Bode fourni.

1) Déterminer la nature et l'ordre du filtre.

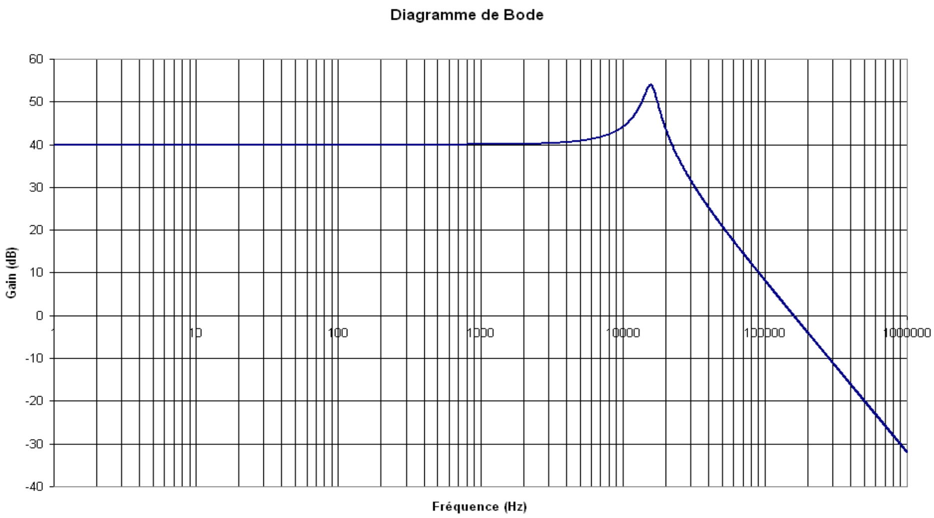
2) On donne l'expression de la fonction de transfert : $\underline{H} = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{Q\omega_0}+\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$. Déterminer les valeurs numériques de H_0, ω_0 et Q.

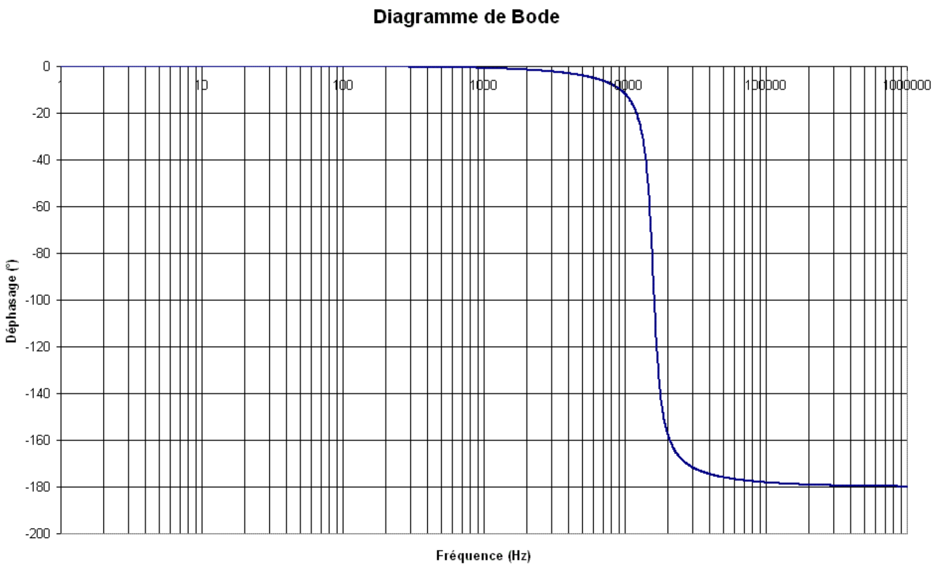
On envoie en entrée du système un signal créneau de période T_1, dont on donne le développement en série de Fourier :

$e(t) = \frac{4E}{\pi}\left(\cos(\omega_1 t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega_1 t) + \frac{1}{5}\cos(5\omega_1 t) + \cdots\right)$ avec $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$.

Déterminer l'expression du signal de sortie et tracer son allure pour :

- $T_1 = 10^{-1}\ s$
- $T_1 = 2 \times 10^{-4}\ s$
- $T_1 = \frac{1}{3} \times 10^{-4}\ s$





Exercice 4 : Identification d'un filtre

On soumet un filtre linéaire d'ordre deux au plus, à un signal créneau de fréquence 400 Hz (représenté en pointillés figure 1) puis 3600 Hz. La réponse en sortie du filtre est reportée figure 1 (en trait plein) et 2. Déterminer la nature et les caractéristiques du filtre.

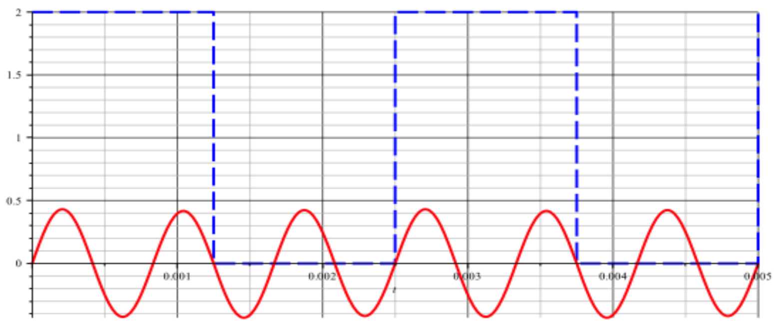


figure 1

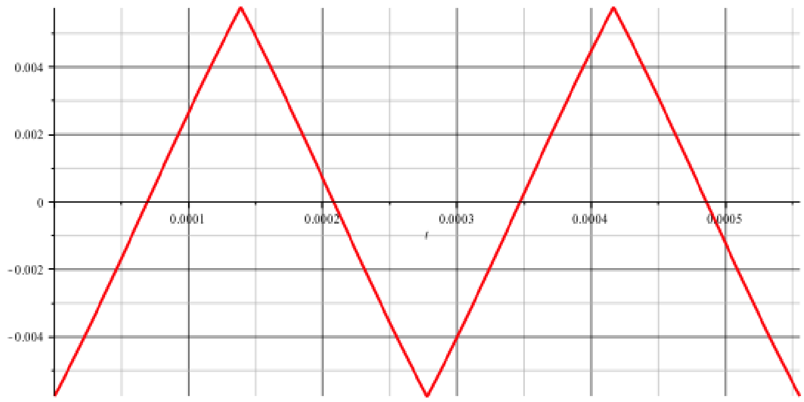


figure 2

Exercice 5 : Filtrage passe-bas d'un signal redressé

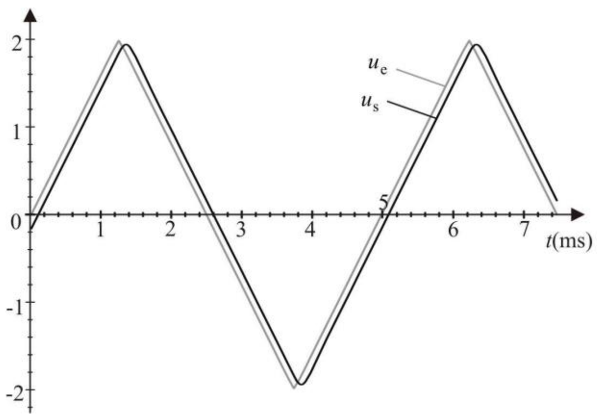
1) On souhaite réaliser un filtre de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+3j\omega/\omega_0-(\omega/\omega_0)^2}$, où $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1600\ \text{Hz}$. Proposer une réalisation simple à l'aide de composants passifs. On précisera les valeurs numériques des composants utilisés.
2) Tracer son diagramme de Bode asymptotique. Quelle est la nature du filtre réalisé ?
3) Le signal d'entrée est un signal sinusoïdal redressé provenant d'un redresseur double alternance : $v_e(t) = E|\cos(\omega t)|$.
   a) Expliquer qualitativement pourquoi le développement en série de Fourier de ce signal, tronqué à l'ordre 2 est de la forme : $v_e(t) = \frac{2E}{\pi} + \frac{4E}{3\pi}\cos(2\omega t)$.
   Quelle la fréquence du premier terme négligé non nul ?
   b) Exprimer la tension de sortie du filtre $v_s(t)$ en supposant $\omega \gg \omega_0$.
   c) On définit son « taux d'ondulation » ρ par : $\rho = \frac{v_s^{max}-v_s^{min}}{v_s^{moy}}$. L'exprimer en fonction de $\frac{\omega}{\omega_0}$. Comment peut-on mesurer ρ en TP avec un oscilloscope, sachant que ρ est de l'ordre de 1% ?

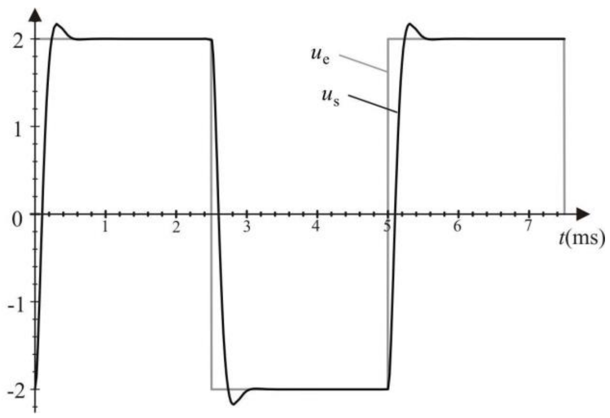
4) A quelle condition le circuit (pourvu que le critère de stabilité soit vérifié) se comporte-t-il comme un double intégrateur ? Qu'obtiendrait-on en sortie si le signal d'entrée était un créneau symétrique ?

Exercice 6 : Filtre « retard pur »

Un tel filtre donne en sortie un signal retardé de τ : $u_s\,(t) \;=\; u_e\,(t\;-\;\tau)$.

1) En raisonnant sur un signal d'entrée périodique quelconque, montrer que la fonction de transfert d'un tel filtre vaut $H(\,j\omega) = \exp(-j\omega\tau)$. Peut-on la réaliser avec des composants linéaires ?
2) Montrer en utilisant le développement limité à l'ordre 2 : $\exp x = 1 + x + \frac{x^2}{2}$ que l'on peut utiliser un filtre passe-bas du second ordre qui approche le filtre « retard pur » à une condition sur la pulsation du signal d'entrée.
3) Montrer qu'un filtre *RLC* série fait l'affaire. Où doit-on prendre la tension de sortie ? Quelle doit être la valeur de *R* et de *L* pour avoir τ = 0,1 ms si *C* = 1 mF ? Quelle est alors la condition sur la fréquence f ?
4) On applique à l'entrée du filtre *RLC* précédent des tensions en triangles et en créneaux de 2 V d'amplitude et de fréquence $f_0 = 200$ Hz. Commenter l'allure des tensions de sortie correspondantes : peut-on considérer que la fonction désirée est obtenue de manière correcte ? Justifier en utilisant l'analyse de Fourier.

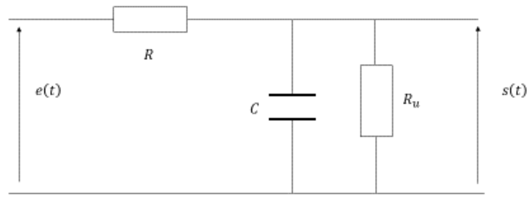




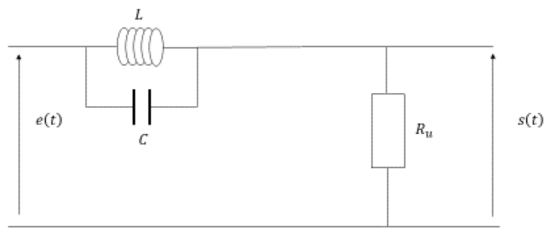
Exercice 7 : Amélioration d'une source continue

Une alimentation « continue » est fondée sur le redressement de la tension sinusoïdale délivrée par un transformateur. En conséquence, elle n'est pas parfaitement continue : elle contient une composante variable de fréquence 100 Hz. Cette tension est donc supposée de la forme

$e(t) = E_0 + \Delta E.\cos(200\pi t)$ avec $E_0 = 10$ V et $\Delta E = 100$ mV : le taux d'ondulation en entrée $\frac{\Delta E}{E_0}$ vaut donc $\frac{\Delta E}{E_0} = 10^{-2}$. Le dispositif alimenté par cette tension est assimilé à une résistance $R_u = 100\ \Omega$; il nécessite une tension continue d'au moins 9 V avec un taux d'ondulation inférieur à 10^{-3}.



1. Expliquer sans aucun calcul en quoi le montage proposé est de nature à réduire l'ondulation de la tension $s(t)$ par rapport à celle de la tension d'alimentation $e(t)$.
2. Trouver une condition sur la résistance R garantissant une tension moyenne S_0 suffisante.
3. A quelle condition sur la capacité C le taux d'ondulation est-il suffisamment réduit ?
4. Quel est l'avantage du montage suivant sur le précédent ? Est-il possible d'obtenir une ondulation strictement nulle ?



Exercice 8 : Enceinte 3 voies

Voici un extrait de ce qu'on peut lire sur le site :

http://www.sonelec-musique.com/electronique_theorie_filtres_passifs_hp.html.

« La reproduction de l'ensemble des sons graves et aigus d'une source sonore peut être assurée par un seul haut-parleur, que l'on peut dénommer pour l'occasion haut-parleur à large bande.

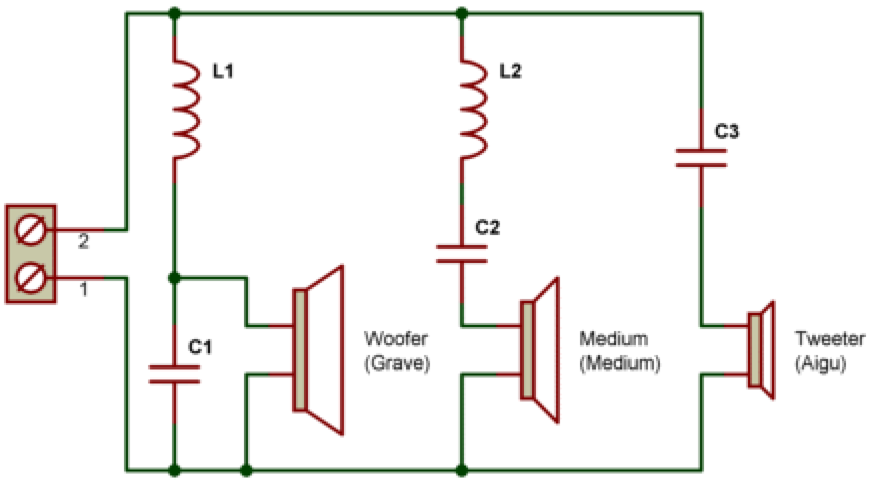
Malgré cette appellation de "large bande", le haut-parleur a plus ou moins d'aisance pour reproduire l'ensemble du spectre sonore, mais on peut dire qu'en règle générale la reproduction de certaines fréquences est plus ou moins étroitement liée au diamètre de sa membrane. Si la membrane est de petites dimensions, la reproduction des fréquences basses (graves) est plus difficile. Et si la membrane est grande, la reproduction des graves est facilitée mais peut perturber la reproduction des fréquences aiguës.

Il est donc tout naturel qu'un jour soit apparue l'envie de connecter deux haut-parleurs distincts en parallèle, un pour reproduire les sons graves, et l'autre pour reproduire les sons aigus.

Le fait de brancher directement en parallèle deux haut-parleurs de natures différentes a certes modifié la perception des sons, mais ce n'était pas suffisant car les deux haut-parleurs recevaient toujours des sons non adaptés à leurs capacités de reproduction, et cela pouvait produire des défauts sonores audibles ou des accidents prononcés dans la bande passante, en particulier liés à la non mise en phase des deux haut-parleurs diffusant des ondes sonores identiques à quelques centimètres d'écart, occasionnant des "trous" et/ou des "bosses" dans le spectre sonore global... Dans les enceintes bas de gamme (ou même moyenne gamme), on trouvait cependant de telles associations, les constructeurs misant sur le fait que les HP limitaient naturellement les fréquences à ne pas reproduire et composaient donc d'eux-mêmes des "filtres intégrés". L'idée de supprimer (ou d'atténuer fortement) les fréquences graves avant d'envoyer le signal sonore au haut-parleur des aigus (tweeter) est tout de même apparue comme une solution minimale et évidente aux problèmes les plus importants.

L'utilisation d'un système de reproduction sonore ne possédant qu'un seul haut-parleur "large bande" est appelé système monovoie. Si on utilise un haut-parleur pour les graves et un haut-parleur pour les aigus, nous sommes alors en présence d'un système multivoies, et plus précisément d'un système à deux voies (une voie « graves » + une voie « aigus »). Si maintenant nous estimons qu'une séparation plus drastique du spectre sonore doit être entreprise, rien n'interdit d'ajouter un troisième haut-parleur dont la tâche est de n'amplifier que les fréquences médium. Dans ce cas, le système devient un système à trois voies (une voie « graves » + une voie « médium » + une voie « aigus »). Et comme pour les haut-parleurs de graves et d'aigus, il est judicieux de ne pas fournir au haut-parleur de médium, des signaux électriques dont la fréquence n'entre pas dans sa plage de fonctionnement.[...] »

L'auteur du site propose ensuite de nombreux montages permettant de réaliser des systèmes multivoies. On trouve en particulier le montage suivant :

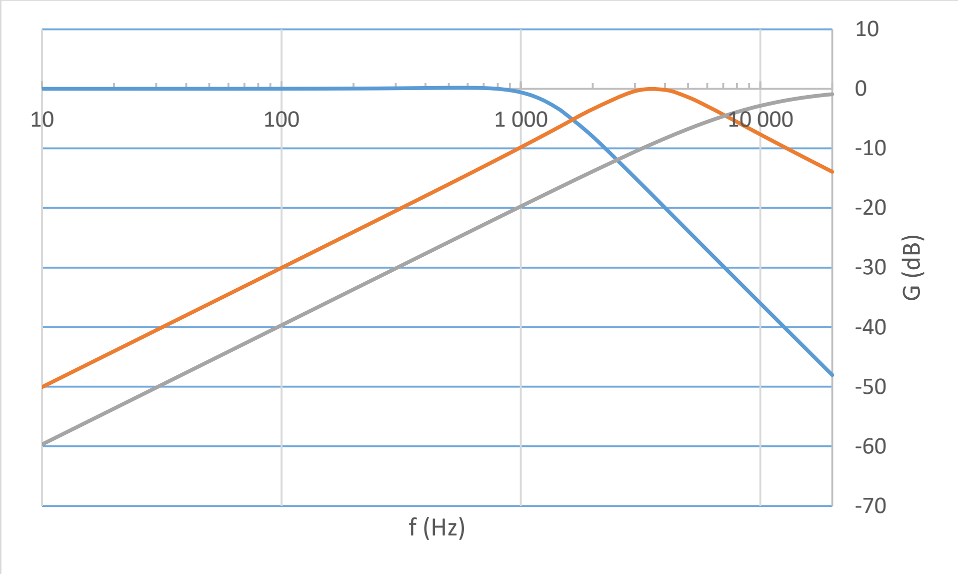


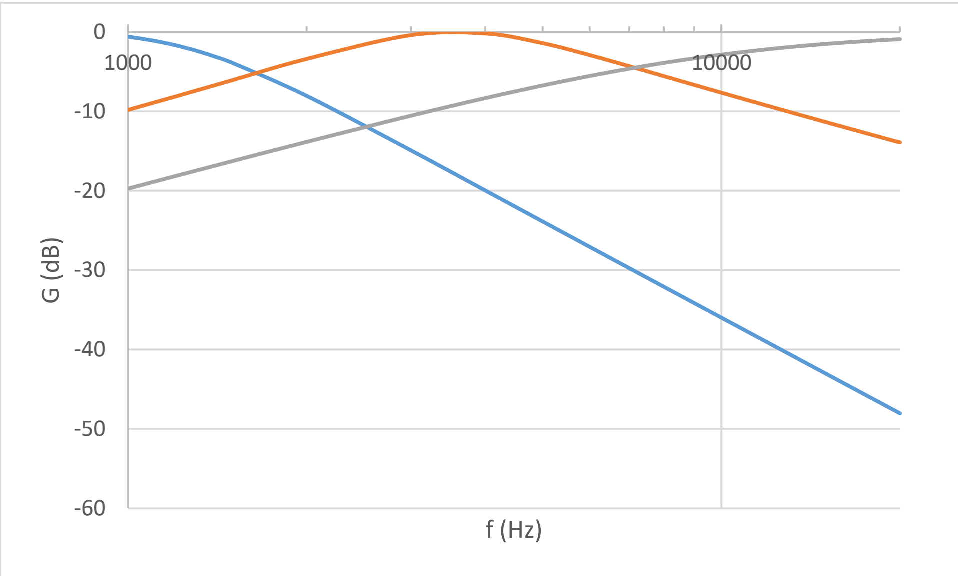
Réalisation
revue HP N° 1433

HP graves = 4-5 ohms
HP médium = 4-5 ohms
HP aigus = 4-5 ohms
L_1 = 800 µH; L_2 = 200 µH
C_1 = 20 µF; C_2 = 10 µF; C_3 = 3,3 µF

1. Identifier le rôle joué par chacun des trois haut-parleurs et vérifier la cohérence avec le schéma proposé.
2. Calculer les fonctions de transfert des trois filtres et identifier leurs rôles respectifs.

3. A partir des figures suivantes, déterminer les bandes passantes à -3 dB de chacun des trois filtres. La discrimination des fréquences vous paraît-elle satisfaisante ?





2. *Stabilité des systèmes linéaires*

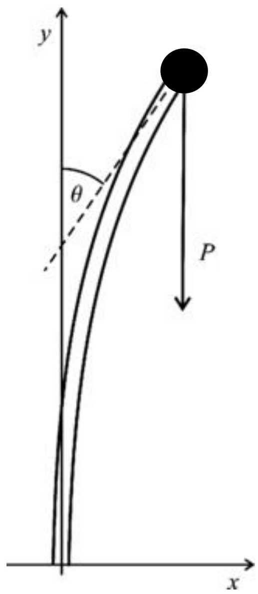
Exercice 9 : Stabilité ou instabilité d'un pendule simple rigide

On considère un pendule simple (masse m ponctuelle fixée au bout d'une tige rigide de longueur L et de masse négligeable) plongé dans le champ de pesanteur, et libre de tourner sans frottement autour d'un axe horizontal. On néglige également les frottements de l'air. On repère la position du pendule par l'angle $\theta(t)$ que fait la tige avec la verticale.

1. Que peut-on dire de l'énergie mécanique du pendule ? Déterminer par une étude énergétique les positions d'équilibre de la tige et étudier leur stabilité.
2. On lâche sans vitesse initiale le pendule depuis la position angulaire θ_0 où $|\theta_0| \ll 1$ (en radians !). Faire un dessin de la situation. Déterminer l'équation du mouvement à partir de l'étude énergétique. Quelle approximation peut-on faire ? Que peut-on dire de la stabilité du système ? Déterminer complètement $\theta(t)$ et tracer le portrait de phase du pendule.
3. On lâche toujours sans vitesse initiale le pendule depuis la nouvelle position angulaire $\theta_0 = \pi - \varepsilon$ où $|\varepsilon| \ll 1$ (toujours en radians !). Faire un dessin de la situation. Déterminer l'équation du mouvement à partir de l'étude énergétique. Que remarquez-vous ? Que concluez-vous quant à la stabilité du système ? Déterminer complètement $\varepsilon(t)$. Que pensez-vous de la validité de ce résultat ?

Exercice 10 : Le pendule d'Euler inversé (Euler's strut)

On considère maintenant une tige en acier flexible, de masse négligeable, de longueur *L* = 110 mm, de largeur *a* = 12,7 mm et d'épaisseur *b* = 0,25 mm, caractérisée par un module d'Young *E* (grandeur traduisant l'élasticité du matériau, exprimée en Pa ; typiquement, *E* ≈ 200 GPa pour un acier). Cette tige quasi – verticale est fixée à sa base dans un support rigide et fixe, et elle supporte à son extrémité une masse *m* supposée ponctuelle. Le tout est plongé dans le champ de pesanteur. Sous l'effet du poids de la masse, la tige se déforme légèrement par rapport à la verticale, et on note $x(t)$ le (petit) déplacement algébrique horizontal de son extrémité (et donc de la masse *m*).



On admet que les petits mouvements de la masse sont décrits par l'équation suivante :

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2\, x(t) = 0$ où l'on a posé : $\omega^2 = \frac{g\alpha}{\tan(\alpha L) - \alpha L}$ avec $\alpha = \sqrt{\frac{mg}{EJ}}$ et $J = \frac{ab^3}{12}$.

1. Quelle est la dimension de α ? Le système est-il stable pour les petites valeurs de *m* (c'est-à-dire lorsque $\alpha L \ll 1$) ? Quelle est la nature du mouvement de *m* ? Comment varie dans ce régime la grandeur ω ? *Donnée :* $\tan z \approx z + \frac{z^3}{3}$ au voisinage de zéro.
2. Que se passe-t-il si on augmente la valeur de *m* ? Mettre en évidence l'existence d'une masse critique $m_c = \frac{\pi^2 EJ}{4gL^2}$. La calculer numériquement. Que devient ω quand $m \to m_c^-$?

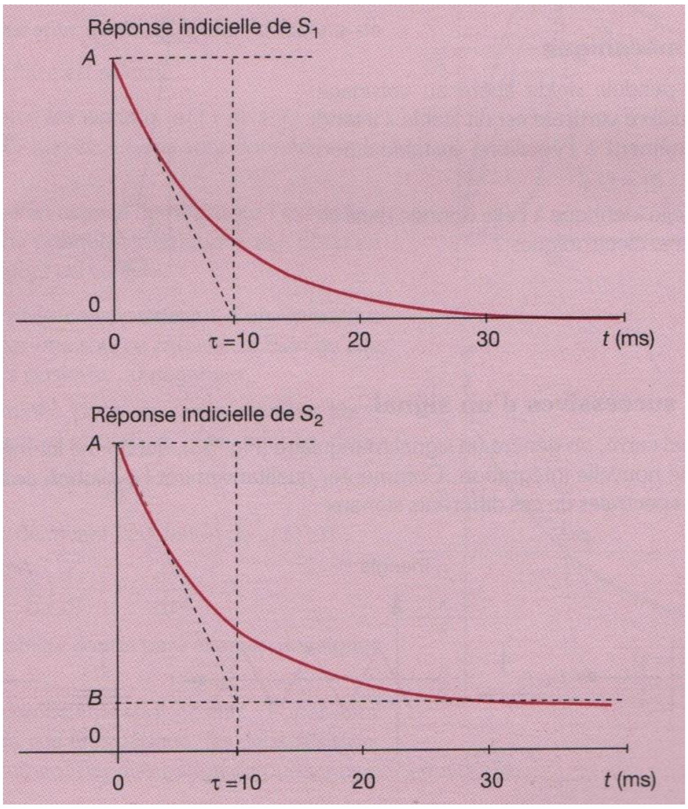
3. (Question facultative) Plus précisément, supposons que l'on soit au voisinage du point critique. Dans ces conditions, $\tan(\alpha L) = \frac{\pi}{2} - \varepsilon$ où $0 < \varepsilon \ll \frac{\pi}{2}$. La masse vaut quant à elle : $m = m_c - \delta m$ où $\delta m \ll m_c$. Montrer que l'on a la relation $\omega^2 \approx \frac{Lg^2}{2EJ}\delta m$ au voisinage du point critique.
4. Que se passe-t-il si $m > m_c$? Décrire qualitativement l'évolution du système et conclure quant à sa stabilité.
5. Si l'on retourne le dispositif (« tête en bas »), l'équation régissant les petits mouvements horizontaux de la masse *m* reste la même à ceci près que ω^2 devient : $\omega^2 = \frac{g\alpha}{\alpha L - \tanh(\alpha L)}$. Que peut-on alors dire de la stabilité du système ? Existe-t-il une masse critique analogue à m_c ? Examiner le cas des très petites masses ($\alpha L \ll 1$) et des très grandes masses ($\alpha L \gg 1$). Commenter.

   Données : La fonction tangente hyperbolique est définie par : $\tanh z = \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$

   et $\tanh z \approx z - \frac{z^3}{3}$ au voisinage de zéro.

Exercice 11 : Réponse indicielle d'un système linéaire du premier ordre

On considère deux systèmes linéaires (S_1) et (S_2) caractérisés par leur réponse temporelle à un échelon unité (réponse indicielle) :

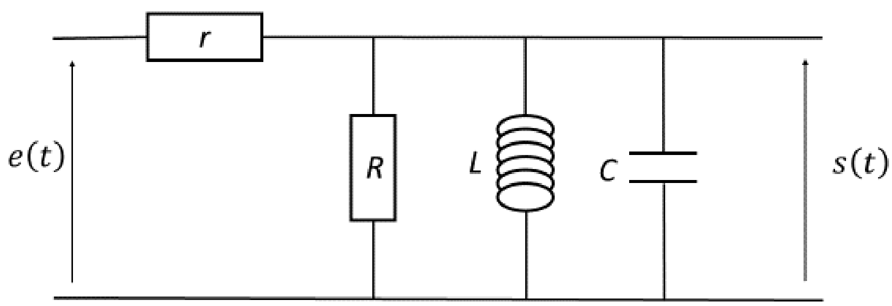


1. Tracer les portraits de phases associés aux deux systèmes linéaires. Que peut-on dire de la stabilité de ces deux systèmes ?
2. Proposer, pour chacun des deux systèmes une équation différentielle liant l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$.

3. Proposer une réalisation pratique possible et simple (à l'aide de simples résistances et capacités) pour chacun des deux systèmes. On exprimera les trois constantes *A*, *B* et τ en fonction des valeurs des composants, avec le minimum de calculs possible.
4. Proposer des valeurs numériques des composants sachant que *A* = 0,8 et *B* = 0,2. Est-il possible d'avoir des valeurs de *A* et *B* supérieures à 1 avec de simples composants passifs ?
5. Que deviendraient les équations régissant les deux systèmes s'ils devenaient instables ? Que deviendraient leurs portraits de phase ?

Exercice 12 : Résonateur à résistance négative

On considère le montage suivant, dont les signaux d'entrée et sortie sont respectivement les tensions $e(t)$ et $s(t)$:



1. Déterminer le plus simplement possible l'équation différentielle liant $e(t)$ et $s(t)$.
2. La résistance r modélise en fait le comportement d'un opérateur électronique actif (donc alimenté en puissance par une source externe), si bien que r peut prendre des valeurs aussi bien positives que négatives.
   Discuter la stabilité du système selon la valeur prise par r.
   Proposer une valeur critique r_c de r permettant d'obtenir une tension de sortie d'amplitude non nulle et constante, à signal d'entrée nul. Comment cela est-il rendu possible ?
3. On se place à tension d'entrée nulle et on adopte les conditions initiales suivantes : $s(0) = A$ où $A > 0$, et $\frac{ds}{dt}(0) = 0$. Tracer sans calcul l'allure des portraits de phase du système dans les trois cas suivants : $r = r_c$; $r > r_c$; $r < r_c$. Interpréter.