

## 1. Ecoulements internes

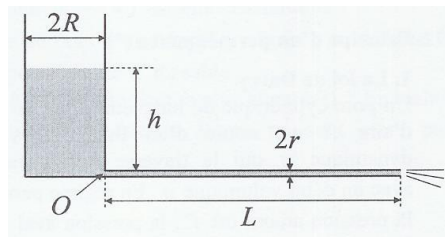
### Exercice 1 : Oléoduc

Du fioul de masse volumique  $\rho = 910 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  et de viscosité dynamique  $\eta$  est transporté de A vers B à travers une conduite cylindrique d'axe horizontal, de longueur  $\ell = 2 \text{ km}$  et de rayon  $R = 8 \text{ cm}$ , avec un débit volumique  $Q = 36 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ . Grâce à une pompe, on maintient une différence de pression entre les points d'entrée A et de sortie B, telle que  $P_A = 3 \text{ bar}$  et  $P_B = 0,4 \text{ bar}$ . On se place en régime stationnaire et on suppose l'écoulement laminaire et piloté par la viscosité.

1. Calculer la vitesse débitante  $u$  du fioul.
2. Calculer la viscosité dynamique et la viscosité cinématique du fioul transporté.
3. Calculer le nombre de Reynolds  $Re$  de cet écoulement et justifier les hypothèses faites.
4. Quel doit être le rayon  $R_0$  d'une conduite cylindrique qui transporte de l'eau (viscosité cinématique  $\nu_{eau} = 9\cdot 10^{-7} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ) à la vitesse moyenne de  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour assurer la similitude dynamique de cet écoulement avec celle du fioul étudié ?

### Exercice 2 : Viscosimètre de Poiseuille

Un liquide de viscosité cinématique  $\nu$  s'écoule lentement (l'écoulement est quasi-permanent) d'un réservoir cylindrique de rayon  $R$  dans un tube horizontal de longueur  $L$  et rayon  $r$ .



1. Quelles hypothèses vous semble-t-il raisonnable d'émettre dans les différentes parties de l'écoulement ?
2. Etablir l'équation différentielle satisfaite par la hauteur  $h(t)$  de fluide dans le récipient, en faisant apparaître un temps caractéristique  $\tau$ . La résoudre en posant  $h(t = 0) = h_0$ .
3. Il a fallu un temps  $\Delta t = 59 \text{ min}$  pour que le niveau du liquide passe de  $h_0 = 6 \text{ cm}$  à  $h(\Delta t) = 3 \text{ cm}$ . Déterminer la viscosité cinématique  $\nu$  du liquide sachant que  $R = 2 \text{ cm}$ ,  $r = 0,5 \text{ mm}$ ,  $L = 50 \text{ cm}$  et  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .
4. Calculer la vitesse débitante de l'écoulement dans le tuyau, puis vérifier la pertinence des hypothèses faites.

### Exercice 3 : A la cantine !

À la cantine du lycée Gustave Eiffel, la facétieuse Cindy veut asperger ses compagnons de table avec la sauce tomate contenue dans les cannellonis. Elle souffle à l'une des extrémités d'un cannelloni de rayon  $R = 1,0 \text{ cm}$  et de longueur  $L = 10 \text{ cm}$ .

La sauce (masse volumique  $\mu = 1500 \text{ kg.m}^{-3}$ ) est assimilée à un liquide newtonien (viscosité dynamique  $\eta = 0,50 \text{ Pa.s}$ ).

1. Moyennant des hypothèses raisonnables que l'on explicitera, établir l'expression du champ des vitesses  $\vec{v}(r)$  dans le cannelloni en fonction notamment de la différence de pression  $\Delta P$  régnant entre l'entrée et la sortie du cannelloni.
2. Exprimer le débit volumique de la bolognaise à travers le cannelloni.
3. Pour obtenir une vitesse moyenne d'éjection de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ , quelle surpression devrait-elle imposer à l'entrée du cannelloni. Commenter.
4. L'écoulement de bolognaise est-il laminaire ?
5. Déterminer l'expression de la force de viscosité exercée par la bolognaise sur la paroi intérieure du cannelloni en fonction des données du problème.
6. Calculer la résistance hydraulique de l'écoulement dans le cannelloni et en déduire la puissance dissipée par les forces de viscosité dans le cannelloni.
7. Combien de macaronis al dente (rayon  $R_2 = 0,30 \text{ cm}$ ,  $L_2 = 4,0 \text{ cm}$ ) faudrait-il associer pour obtenir la même résistance hydraulique que dans le cannelloni ?

### Exercice 4 : Irrigation sanguine du cerveau

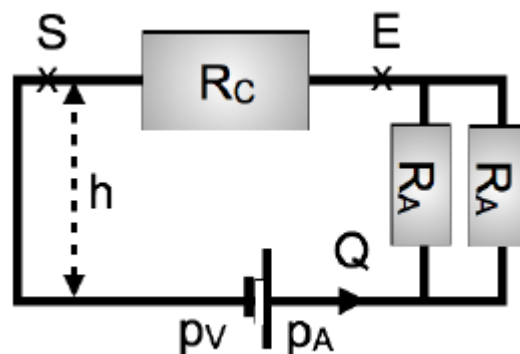
Le circuit ci-dessous modélise l'irrigation du cerveau à partir d'une tension artérielle

$p_A = 100 \text{ mm Hg}$  et d'une tension veineuse  $p_V = 6 \text{ mm Hg}$ . Le cerveau, situé à une altitude

$h = 35 \text{ cm}$  au-dessus du coeur, est alimenté par deux artères carotides identiques de résistance hydraulique  $R_A$ . Il présente lui-même une résistance hydraulique  $R_C = 5,1 R_A$  et le retour veineux se fait par la veine jugulaire dont on négligera la résistance hydraulique. Le débit sanguin vaut

$Q = 12,5 \text{ mL.s}^{-1}$  en régime stationnaire. Le sang est assimilé à un fluide visqueux newtonien de masse volumique  $\rho = 1060 \text{ kg.m}^{-3}$  et de viscosité dynamique  $\eta = 2,0.10^{-3} \text{ Pa.s}$ .

Donnée :  $1 \text{ bar} = 760 \text{ mm Hg}$



1. Montrer que dans le cas d'un écoulement interne, incompressible et vertical régi par la viscosité, il convient de remplacer l'écart de pression  $\Delta P$  entre l'entrée et la sortie par l'écart de charge  $\Delta C = \Delta(P + \rho g z)$  entre l'entrée et la sortie dans l'expression de la loi de Hagen – Poiseuille.

- Exprimer et calculer la résistance numériquement  $R_A$  d'une carotide.
- Exprimer et calculer la tension  $p_E$  à l'entrée du cerveau. Vérifier que le patient ne risque ni évanouissement ( $p_E < 60$  mm Hg), ni oedème ( $p_E > 160$  mm Hg).
- Exprimer et calculer la puissance  $\mathcal{P}$  nécessaire à l'irrigation du cerveau.
- À cause d'une anémie, le taux d'hématocrite du patient chute et la viscosité sanguine est réduite à 70 % de la valeur précédente. Exprimer le débit  $Q'$  et la tension au cerveau  $p'_E$  dans ces conditions.
- Calculer la puissance  $\mathcal{P}'$  nécessaire pour alimenter le cerveau pendant l'anémie.

### Exercice 5 : Ecoulement dans un milieu granulaire

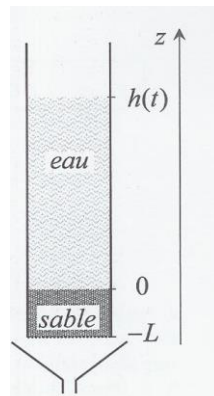
#### • Loi de Darcy

Un milieu poreux de surface  $S$  verticale et d'épaisseur  $\ell$  contient  $n$  pores cylindriques horizontaux par unité de surface ( $n$  s'exprime donc en  $m^{-2}$ ). Chaque pore cylindrique de longueur  $\ell$  et de section  $A$  est saturé d'un fluide de viscosité dynamique  $\eta$  qui le traverse **horizontalement** avec un débit de volume  $q$ . En régime permanent, la pression amont est  $P + \Delta P$ , la pression aval valant  $P$  ( $\Delta P > 0$ ).

- Exprimer la porosité  $\Phi$  du milieu définie par le rapport du volume des pores au volume du matériau ; quelle inégalité vérifie  $\Phi$  ?
- Exprimer la loi de Poiseuille donnant le débit de volume  $q$  à travers ce pore en fonction des données de l'énoncé.
- Démontrer la loi de Darcy liant le débit de volume total traversant le matériau poreux à l'écart de pression imposé  $\Delta P$  :  $\frac{Q}{S} = \frac{k \Delta P}{\eta \ell}$ , en exprimant la perméabilité  $k$  en fonction de  $\Phi$  et de  $A$ . Quelle est la dimension de la perméabilité  $k$  ? sa signification ?

#### • Perméamètre

Un perméamètre est représenté sur la figure ci-dessous. Une épaisseur  $L = 20$  cm d'un milieu poreux constitué de sable est introduite dans un cylindre de section  $S = 3.10^{-2}$  m<sup>2</sup> d'axe ( $Oz$ ) vertical ascendant. L'origine des ordonnées est prise à la surface supérieure du sable. Le cylindre est fermé en bas par une toile métallique recouverte de coton. On verse de l'eau au sommet du sable (la viscosité dynamique de l'eau vaut  $\eta = 1.10^{-3}$  Pa.s). Lorsque la première goutte d'eau a traversé le perméamètre, la hauteur d'eau est  $h_0 = 1$  m. On observe ensuite une diminution de la hauteur d'eau  $h(t)$  à la vitesse  $(t) = -\frac{dh}{dt}$ . L'expérience est d'abord réalisée avec  $h > 0$  (le sable est toujours recouvert d'eau). L'écoulement est suffisamment lent pour être supposé quasi permanent.

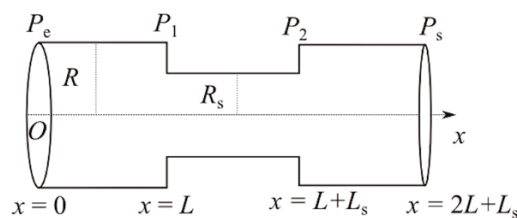


- Justifier soigneusement la relation  $v(t) = \frac{k}{\eta} \left( \frac{dP}{dz} + \rho g \right)$ .
- Estimer la pression dans l'eau en  $z = 0$ , puis en  $z = -L$  ; en déduire le gradient de pression dans le sable.

- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $h(t)$  en introduisant un temps  $\tau$  caractéristique et la résoudre. La valeur  $h(t \rightarrow \infty)$  est-elle satisfaisante ?
- La surface  $z = 0$  du sable s'assèche au bout d'un temps  $t_0 = 366$  s ; en déduire la valeur du temps  $\tau$ , puis celle de la perméabilité  $k$  du sable.
- Que vaut le gradient de pression si  $h < 0$  ? Comment évolue alors  $h(t)$  ? En réalité cette modélisation n'est pas convenable; quelles forces ne sont alors pas négligeables ?

### Exercice 6 : Sténose

Une sténose correspond à une réduction brutale et localisée du diamètre d'un vaisseau sanguin. Schématiquement, cette situation peut être représentée comme étant la superposition de trois tronçons cylindriques, de même axe, et de rayons différents :  $R$ ,  $R_s$  et  $R$  comme illustré ci-dessous. La sténose correspond au tronçon de plus faible rayon et est située entre les abscisses  $x = L$  et  $x = L + L_s$ .



- Représenter l'allure des lignes de courant de l'écoulement. Que peut-on dire de la vitesse de l'écoulement dans la zone sténosée ?
- En faisant des hypothèses raisonnables, exprimer puis calculer numériquement le débit de volume  $Q$  parcourant le vaisseau sanguin.
- Evaluer numériquement le nombre de Reynolds  $Re$  dans la partie sténosée et dans les parties non sténosées. Conclure quant à la validité du modèle utilisé.
- Citer une technique pouvant être utilisée pour diagnostiquer une sténose.

*Données :*  $R = 6$  mm ;  $2L + L_s = 8$  cm ;  $\Delta P = P_e - P_s = 40$  Pa ;  $L_s = 1$  cm ;  $L_s = 2$  mm ;  
masse volumique du sang :  $\rho = 1060$  kg.m<sup>-3</sup> ;  
viscosité dynamique du sang :  $\eta = 6$  mPa.s.

### Exercice 7 : Montée de lave

On s'intéresse à la montée stationnaire de la lave (liquide supposé newtonien de viscosité  $\eta = 20$  kPa.s et de masse volumique  $\rho = 2700$  kg.m<sup>-3</sup>) le long d'une cheminée volcanique. La cheminée est assimilée à un cylindre vertical d'axe  $(Oz)$ , de hauteur  $h = 5$  km et de rayon  $R = 10$  m. On cherche le champ de vitesse sous la forme  $\vec{v} = v(r, z)\vec{u}_z$ .

- La vitesse  $v(r, z)$  dépend-elle des deux variables d'espace  $r$  et  $z$  ? Pourquoi ?
- Montrer que le débit de volume de lave s'écrit :  $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta h} (P_{inf} - P_0 - \rho gh)$  où  $P_{inf} = 2$  kbar désigne la pression régnant à la base de la cheminée et  $P_0$  est la pression atmosphérique.
- Calculer numériquement le débit de volume  $Q$  ainsi que les vitesses maximale  $v_{max}$  et débitante  $u$
- Discuter la pertinence des hypothèses faites.
- Quel est l'ordre de grandeur de la hauteur maximale atteinte par le jet de lave éjecté dans l'air ?

### Exercice 8 : Transfusion sanguine

On désire réaliser une transfusion sanguine à l'aide d'une poche de sang. On utilise pour cela un tuyau souple et suffisamment large pour qu'on puisse y négliger les phénomènes liés à la viscosité du sang. Au bout de ce tuyau, une aiguille horizontale assure le passage du sang vers la veine du patient allongé sur le lit.

La surface libre du sang dans la poche est située à une hauteur  $H$  au-dessus de l'aiguille et est soumise à la pression atmosphérique  $P_0$ . Dans l'aiguille, de longueur  $L = 2,0$  cm et de rayon intérieur  $a = 0,10$  mm, les phénomènes visqueux ne sont plus négligeables. La viscosité du sang vaut  $\eta = 1,6$  mPa.s et sa masse volumique vaut  $\rho = 1,0$  kg.L<sup>-1</sup>. La pression  $P_V$  dans la veine est constante et supérieure à la pression atmosphérique :  $P_V = P_0 + \Delta P$  avec  $\Delta P = 7$  mbar. Enfin, on précise que l'écoulement dans la poche et dans le tuyau souple sont très lents.

A quelle hauteur  $H$  faut-il placer la poche de sang ? Commenter.

### Exercice 9 : Condensateur hydraulique

On considère deux réservoirs cylindriques (1) et (2) de sections respectives  $S_1$  et  $S_2$  dont les fonds sont situés à la même hauteur. Ils communiquent par l'intermédiaire d'un mince tuyau cylindrique horizontal de longueur  $L$  et de rayon  $a$  placé à la base des deux réservoirs. Initialement, le réservoir (1) contient de l'eau sur une hauteur  $H$  tandis que le réservoir (2) est vide. On note  $h_1(t)$  et  $h_2(t)$  les hauteurs d'eau présentes dans les réservoirs (1) et (2) à l'instant  $t$ . On note  $\eta$  la viscosité de l'eau et  $\rho$  sa masse volumique. On suppose que  $a^2$  est très petit devant  $S_1$  et  $S_2$ .

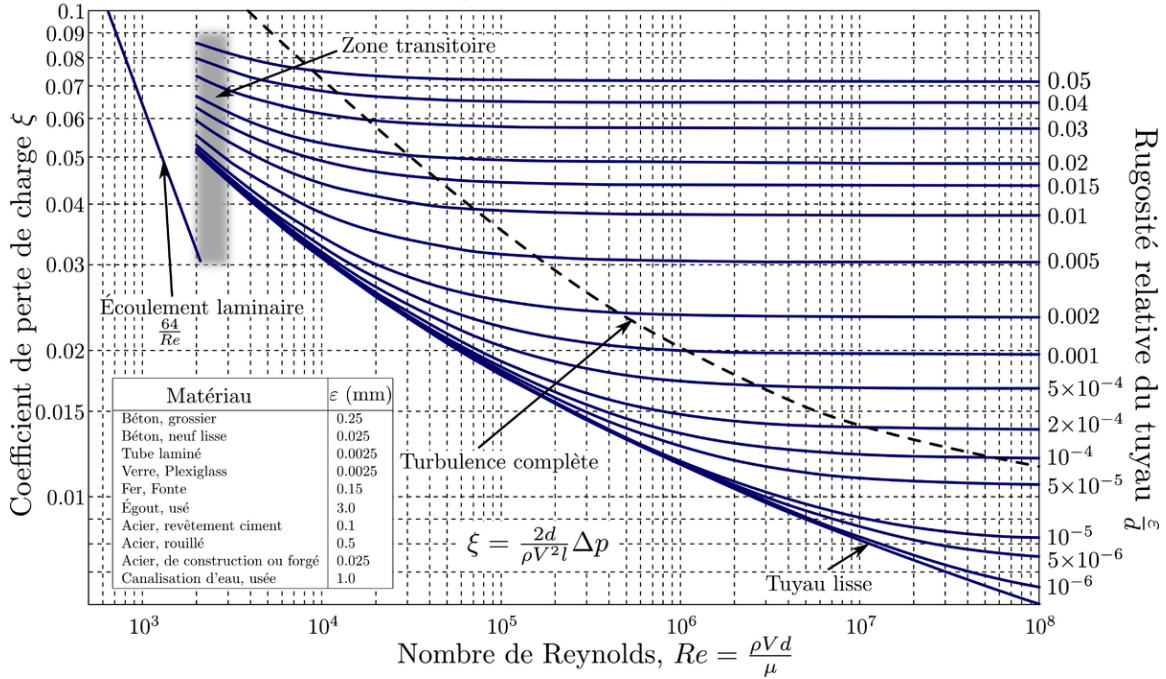
1. Proposer des hypothèses raisonnables permettant de mettre en équation ce problème.
2. Proposer une analogie électrocinétique de ce problème : on attend les expressions des grandeurs hydrauliques et électriques associées, les expressions des « composants » hydrauliques ainsi que leurs analogues électrocinétiques.
3. Déterminer  $h_1(t)$  et  $h_2(t)$  dans le cas  $S_1 = S_2 = S$ . Tracer les courbes représentatives de  $h_1(t)$  et  $h_2(t)$  et commenter.
4. Proposer un bilan énergétique.

### Exercice 10 : Rugosité d'une canalisation

Pour relier une station de pompage à un château d'eau, on installe une conduite en fonte de diamètre  $d = 20$  cm et de longueur  $\ell = 8345$  m. Le débit est  $Q = 30$  L.s<sup>-1</sup>. La viscosité de l'eau vaut  $\eta = 1$  mPa.s.

1. Quelle est la perte de charge provoquée par une canalisation en fonte neuve de rugosité absolue  $\varepsilon_1 = 0,4$  mm ?
2. Quelle est la perte de charge provoquée par une canalisation en fonte corrodée de rugosité absolue  $\varepsilon_1 = 1,2$  mm ?
3. Retrouver l'expression du coefficient de perte de charge en régime laminaire.

Diagramme de Moody



## 2. Ecoulements externes

### Exercice 11 : Viscosimètre à chute de bille

On considère une grande éprouvette verticale de rayon  $R = 5$  cm remplie d'huile d'olive, de masse volumique  $\mu_h = 916$  kg.m<sup>-3</sup> et de viscosité  $\eta$  inconnue. Une bille sphérique en acier, de masse volumique  $\mu_B = 7880$  kg.m<sup>-3</sup> et de rayon  $r = 250$   $\mu$ m, est lâchée sans vitesse initiale à la surface libre de l'huile. On propose de modéliser la force de viscosité exercée par l'huile sur la bille au moyen de la loi de Stokes.

1. Quelles précautions doit-on prendre au moment de lâcher la bille ?
2. Écrire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la bille.
3. Montrer qualitativement que la vitesse tend vers une valeur limite  $v_\ell$  à déterminer.

On suppose que la bille atteint très rapidement cette vitesse limite. On mesure la durée  $\Delta t = 83$  s, nécessaire pour que la bille parcoure une distance  $H = 100$  cm.

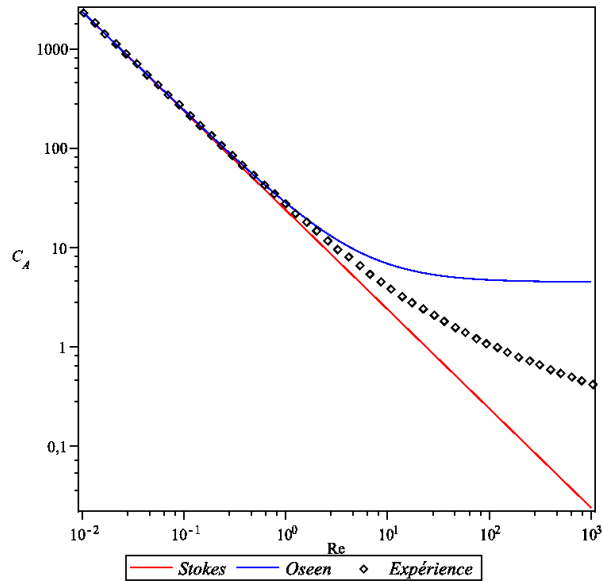
4. Calculer la viscosité de l'huile.
5. Vérifier la validité des différentes hypothèses mises en jeu dans cette méthode de mesure.

### Exercice 12 : Traînée de Stokes – Oseen sur une bille à petit Re

On étudie le mouvement de chute d'une bille de masse  $m$ , de masse volumique  $\mu_b$  et de rayon  $r$  dans un liquide visqueux de masse volumique  $\mu$  et de viscosité dynamique  $\eta$  en supposant que le nombre de Reynolds  $Re$  reste inférieur à 5. A cette fin, on donne ci-dessous la courbe représentative du coefficient de traînée  $C_x$  d'une sphère pour  $Re \leq 1000$ .

1. Sur la figure figurent la courbe expérimentale du  $C_x$  en fonction de  $Re$ , ainsi que deux modélisations de cette courbe :

- Selon le modèle de Stokes (GB, 1819-1903),  $C_x = \frac{24}{Re}$
- Selon le modèle d'Oseen (Suède, 1879-1944),  $C_x = \frac{24}{Re} \left( 1 + \frac{3}{16} Re \right)$



Au vu de ces courbes, quels sont les défauts respectifs de chacun des deux modèles ? Identifier les domaines de validité respectifs des modèles de Stokes et Oseen. Retrouver la force de traînée de Stokes  $F_{Stokes}$ , et montrer que dans le modèle d'Oseen, la traînée s'écrit :

$$F_{Oseen} = F_{Stokes} + \frac{9\pi\mu r^2}{4} V^2$$

où  $V$  désigne la vitesse de la sphère par rapport au liquide. Commenter cette dernière expression.

2. Dans le régime de Stokes, exprimer la vitesse limite  $V_S$  atteinte par la bille en régime stationnaire en fonction de  $\mu_b$ ,  $\mu$ ,  $\eta$ ,  $r$  et  $g$ , accélération de la pesanteur. Exprimer également le temps  $\tau_S$  caractérisant le régime transitoire précédent l'établissement du régime stationnaire en fonction de  $m$ ,  $\eta$  et  $r$ .

On se place dorénavant dans le régime d'Oseen.

3. Montrer que l'équation du mouvement de la bille peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{9\pi\mu r^2}{4m} (V^2 + 2\alpha(V - V_S))$$

où l'on exprimera la constante  $\alpha$  en fonction de  $\mu$ ,  $\eta$  et  $r$ .

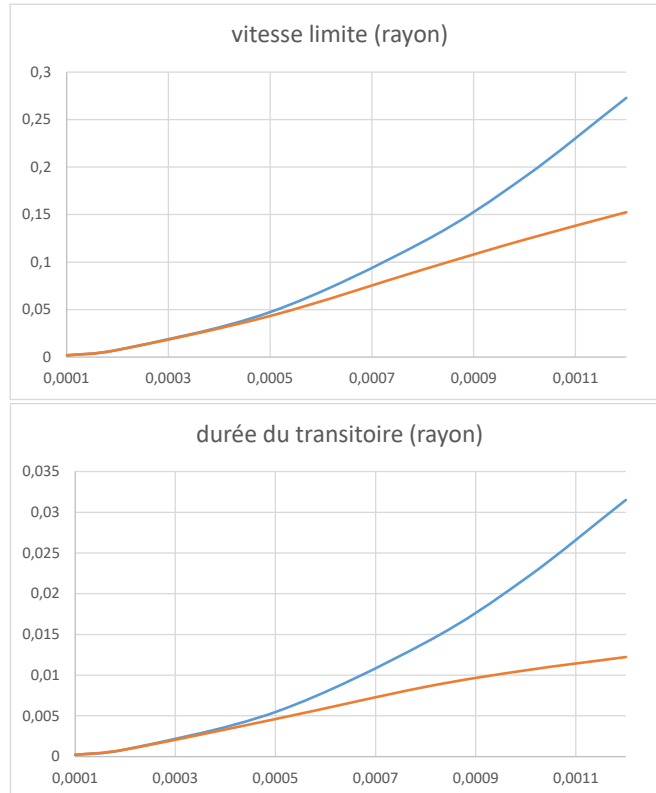
4. Montrer que dans ce régime, la bille atteint la vitesse limite  $V_O = \alpha \left( \sqrt{1 + \frac{2V_S}{\alpha}} - 1 \right)$ . Ce résultat est-il compatible avec le résultat donné par le modèle de Stokes ?
5. Montrer que le régime transitoire précédent l'établissement du régime permanent est caractérisé par une constante de temps  $\tau_O = \frac{\tau_S}{\sqrt{1 + \frac{3\mu r V_S}{2\eta}}}$ . Commenter ce résultat à la lumière

des courbes données ci-dessus.

Donnée :  $\frac{1}{V^2 + 2\alpha(V - V_S)} = \frac{1}{2(V_O + \alpha)} \left( \frac{1}{V - V_O} - \frac{1}{V + V_O + 2\alpha} \right)$

6. On effectue l'expérience avec des billes d'acier de masse volumique  $\mu_b = 7880 \text{ kg.m}^{-3}$  dans de l'huile d'olive de masse volumique  $\mu = 920 \text{ kg.m}^{-3}$  et de viscosité  $\eta = 80,0 \text{ mPa.s}$ . On dispose d'un jeu de billes de rayons  $100 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $200 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $500 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $800 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $1000 \text{ }\mu\text{m}$  ;  $1200 \text{ }\mu\text{m}$ . Etudier quantitativement la validité de chacun des deux modèles en fonction du rayon  $r$  des billes.

7. Identifier les courbes correspondant à chaque modèle dans les figures ci-dessous :



### Exercice 13 : Chute d'une météorite

Le 15 février 2013, une météorite de 17 m de diamètre traverse le ciel de la Russie à une vitesse de  $18 \text{ km.s}^{-1}$ . On a estimé sa masse à 10000 tonnes. On cherche ici à estimer la perte de masse de la météorite par frottement dans l'atmosphère. La durée de chute a été évaluée à  $\Delta t = 10 \text{ s}$ .

1. Rappeler l'expression de la force de traînée subie par la météorite. Quelles précautions devrait-on prendre dans la manipulation de cette expression ?
2. On donne  $C_x \approx 0,3$ . Estimer numériquement la puissance des frottements.
3. On suppose que la moitié de l'énergie dissipée par frottement a servi à sublimer partiellement la météorite. Estimer la masse perdue par la météorite lors de sa traversée de l'atmosphère. Commenter.

*Donnée :* enthalpie massique de sublimation de la météorite  $\ell_{sub} \approx 1.10^4 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

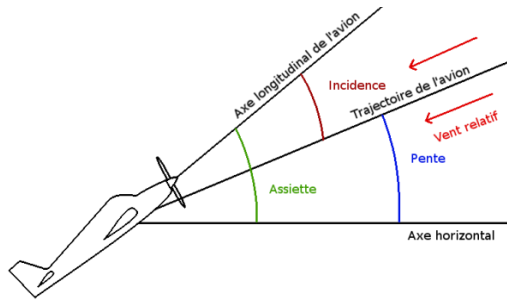
### Exercice 14 : Dynamique du vol d'un avion

On étudie différentes phases du vol d'un avion, en l'absence de vent, dans le référentiel terrestre ( $\mathcal{R}$ ) supposé galiléen auquel on associe un système d'axes cartésien dont ( $Oz$ ) constitue la verticale ascendante.

La trajectoire et la configuration de vol de l'avion dans l'espace sont définis à l'aide de trois angles orientés représentés ci-dessous :

- la pente  $p$ , angle de l'horizontale vers la trajectoire de l'avion ;
- l'assiette  $A$ , angle de l'horizontale vers l'axe longitudinal de l'avion ;
- l'incidence  $i$ , angle de la trajectoire de l'avion vers son axe longitudinal.





Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse qu'au mouvement du centre d'inertie  $G$  de l'avion, de masse  $m = 2300$  kg, soumis aux forces suivantes :

- son poids  $\vec{P}$  ;
- la force de traction  $\vec{F}_m$  exercée par l'air sur l'hélice entraînée par le moteur, dont la direction est celle de l'axe longitudinal de l'avion ;
- la résultante des forces aérodynamiques, contenue dans le plan de symétrie de l'avion, décomposée en portance  $\vec{F}_p$  et traînée  $\vec{F}_t$  :
  - la portance, perpendiculaire à la trajectoire de l'avion, de norme  $F_p = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_p$  ;
  - la traînée, de même direction que la trajectoire mais s'opposant au mouvement de l'avion, de norme  $F_t = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_t$  ;

$\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  est la masse volumique de l'air supposée constante et égale à celle mesurée au niveau de la mer,  $S = 220 \text{ m}^2$  est l'aire de la surface des ailes de l'avion projetée sur le plan horizontal et  $v$  est la vitesse de l'avion par rapport à l'air. Les coefficients sans dimension  $C_p$  et  $C_t$  ne dépendent que de l'incidence  $i$ . Pour une incidence nulle ( $i = 0^\circ$ ), ces coefficients vérifient :  $C_p = 0,24$  et  $C_t = 0,008$ .

Lors de l'étude du mouvement de l'avion dans différentes configurations, on évalue les efforts mécaniques subis par la structure en déterminant le facteur de charge  $\eta$  défini comme le rapport de la norme de la portance sur la norme du poids.

Compte tenu de la résistance des matériaux, la conception mécanique de la structure impose une borne supérieure  $\eta_{max}$  au facteur de charge de l'ordre de 2.

### 1. Vol en montée

Après avoir quitté le sol, l'avion est animé d'un mouvement rectiligne uniforme en montée avec une pente  $p$  à incidence nulle  $i = 0$ . Le pilote impose au moteur de l'avion une puissance constante  $\mathcal{P}_m$ .

a) Faire un schéma de la configuration de vol en y représentant les forces.

b) En déduire que la relation liant la vitesse  $v$  de l'avion à l'assiette  $A$  s'écrit :  $v = \sqrt{\frac{2mg \cos A}{\rho S C_p}}$ .

c) Montrer que la relation entre l'assiette  $A$  et la puissance  $\mathcal{P}_m$  du moteur s'écrit :

$$\mathcal{P}_m = \mathcal{P}_{m0} (\cos A + f_0 \sin A) \sqrt{\cos A} \quad \text{avec } f_0 = \frac{C_p}{C_t} \quad \text{et } \mathcal{P}_{m0} = mg \frac{C_t}{C_p} \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_p}}$$

Calculer numériquement  $f_0$  et  $\mathcal{P}_{m0}$ .

Le pilote impose une puissance du moteur égale à sa valeur maximale  $\mathcal{P}_m = \mathcal{P}_{max} = 50 \text{ kW}$ .

d) Déterminer une expression approchée de  $\mathcal{P}_m$  sachant que l'assiette ne dépasse généralement pas  $10^\circ$ . En déduire la valeur numérique de l'assiette  $A$ .

e) Déterminer la relation liant la vitesse ascensionnelle  $v_z$  de l'avion à l'assiette  $A$ . Calculer sa valeur numérique.

f) Déterminer l'expression du facteur de charge  $\eta$  en montée en fonction de l'assiette  $A$ . Commenter le résultat.

### 2. Vol en virage

L'avion effectue maintenant un virage circulaire en palier ( $p = 0^\circ$ ), avec une incidence nulle ( $i = 0^\circ$ ) et à vitesse  $v$  constante. Pour réaliser ce virage, le pilote incline l'avion d'un angle  $\phi$  (le plan moyen des ailes est incliné de  $\phi$  par rapport au plan horizontal).

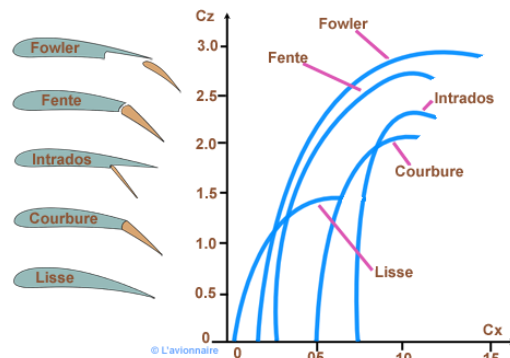
- L'avion étant incliné pour effectuer le virage, faire le schéma de la configuration de vol en vue arrière en y représentant les forces.
- Exprimer le rayon  $R$  du virage en fonction de la vitesse  $v$  de l'avion, de l'angle d'inclinaison  $\phi$  et de  $g$ .
- Déterminer l'expression du facteur de charge  $\eta$  en fonction de  $\phi$ .
- Déterminer l'expression du rayon minimal du virage que le pilote peut faire prendre à l'avion en toute sécurité.

### Exercice 15 : Vol d'un Airbus A 380

L'Airbus A380 a une masse au décollage de 421 tonnes. Sa surface portante est de  $845 \text{ m}^2$ . Au moment du décollage, le coefficient de portance de l'aile est  $C_z = 1,38$ .



- Calculer sa vitesse de décollage au niveau de la mer, à une température de  $20^\circ\text{C}$ .
- Calculer la variation relative de cette vitesse due à une variation d'altitude de  $+2\,250 \text{ m}$  (altitude de Mexico). On supposera que la température reste égale à  $20^\circ\text{C}$ .
- Calculer la variation relative de cette vitesse due à une variation de température de  $+20^\circ\text{C}$ .
- Le décollage se fait-il face aux vents dominants, avec le vent arrière, ou de travers ?
- La finesse de l'avion est le rapport du coefficient de portance sur celui de traînée. Sa valeur maximale est de 22 pour l'A380. Montrer que c'est le rapport de la distance horizontale parcourue sur la perte d'altitude lors d'un vol « plané » (moteurs coupés).
- Quelle est sa signification dans le digramme paramétrique donnant  $C_z(i)$  ( $i$ ) et fonction de  $C_x(i)$  (polaire d'Eiffel) pour différentes incidences ? A quel endroit peut-on lire la finesse maximale ?



### Exercice 16 : Vol des oiseaux

Proposer une loi d'échelle reliant la vitesse de vol d'un oiseau à sa taille, puis à sa masse.