Mécanique

Frottements

Exercice 1 : Expérience de Sommerfeld

Il est 16 heures, par un vendredi pluvieux de septembre. Les élèves de MP*, toujours aussi passionnés, et à l'affût de confirmations expérimentales venant étayer les dires de leur cher professeur, tripotent leur règle plate. Et, tout à coup, eurêka ! L'un d'eux fait remarquer à ses petits camarades que lorsqu'il tient sa règle en équilibre sur ses deux index, et qu'il rapproche les index l'un de l'autre, un seul doigt glisse à la fois, et pas n'importe lequel !

Faites l'expérience, si ce n'est déjà fait, et interprétez ! Est-il important ou non que la règle soit plate ?

Exercice 2 : Dans le Port de la Lune…

Un paquebot est amarré au droit de la Place de la Bourse par des cordes enroulées chacune autour d'une bitte d'amarrage cylindrique. Le contact corde-bitte est caractérisé par un coefficient de frottement égal à 1.

Pouvez-vous expliquer pourquoi il suffit que chaque corde soit enroulée sur deux ou trois tours, l'autre extrémité reposant librement sur le quai, pour que le navire soit solidement amarré ?

Exercice 3 : Au Café des Arts…

Par un beau jour de septembre, deux élèves de MP* affamés sont attablés en terrasse au Café des Arts, en train d'engloutir un steak tartare accompagné d'une montagne de frites. Mais les plaisirs de la table n'anesthésient pas pour autant leur curiosité scientifique. Et ils se lancent dans une expérience, sous les yeux ébahis et inquiets du patron : ils placent une assiette pleine au centre de la table carrée, et entreprennent de tirer d'un coup sec la nappe en papier sur laquelle repose l'assiette. Le but de la manœuvre est de voir si l'assiette restera sur la table.

On modélise la force de traction par une loi linéaire en fonction du temps : $\vec{F} = m\alpha t\vec{u}_x$ où *m* désigne la masse de la nappe et $\alpha \approx 2500\ \mathrm{m.s^{-3}}$. On caractérise le frottement entre l'assiette et la nappe par un coefficient de frottement *f* = 0,2 ; on néglige les frottements entre la nappe et la table.

Données numériques : masse de l'assiette pleine *M* = 400 g ; masse de la nappe *m* = 50 g ; rayon de l'assiette *r* = 10 cm ; côté de la nappe et de la table *L* = 1 m.

1) Calculer l'accélération $\ddot{x}_a$ du centre de masse de l'assiette, ainsi que l'accélération $\ddot{x}_n$ du centre de masse de la nappe.
2) Jusqu'à quel instant τ le contact est-il maintenu entre la nappe et l'assiette ?
3) Nos deux héros pourront-ils déguster leur steak tartare sans dommage ?

Exercice 4 : Augustin Bouvet, peinture et ravalements…

Pendant la Guerre, un peintre en bâtiment, nommé Augustin Bouvet (révisez vos classiques !), perché sur une échelle appuyée contre un mur d'enceinte de la cour de la Kommandantur, repeint en sifflotant ledit mur. Il vaut mieux pour lui que son échelle ne glisse pas, au risque d'asperger de peinture blanche les uniformes noirs de la Gestapo…

Pouvez-vous aider notre héros à bien disposer son échelle ?

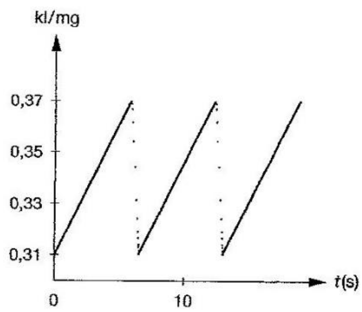
Indication : on pourra négliger les frottements entre l'échelle et le mur ; il vaudra mieux, par contre, en tenir compte pour le contact sol-échelle !

Exercice 5 : le chant des craies

L'objet de cet exercice est de donner l'origine du crissement d'une craie au tableau noir ou des pneus d'une voiture sur la chaussée, ou du grincement des gonds d'une porte mal huilés. Toutes ces situations de la vie courante sont imputables au phénomène « stick-slip » que nous allons étudier ici dans une configuration très simple.

Un pavé, de masse *m*, posé sur une table horizontale, est attaché à un ressort horizontal de raideur *k* dont l'extrémité libre est entraînée horizontalement à vitesse constante $\vec{V} = V\vec{u}_x$. Le contact pavé-table est caractérisé par les coefficients de frottement statique f_s et dynamique f_d.

1) Pour une vitesse V suffisante, un régime permanent est observé. Que vaut l'allongement ℓ_p du ressort en régime permanent ? Ce régime est-il stable ?
2) Par contre, pour de faibles valeurs de V, on observe un régime dit « stick-slip », et dont l'allongement en fonction du temps est tracé sur la courbe ci-dessous (un point est tracé toutes les 1,5 ms).Dans ce régime, le pavé est alternativement fixe puis se détache brusquement et glisse, puis le cycle reprend.
   Identifier les deux phases du régime « stick-slip » sur la figure et expliquer l'allure générale.



3) Calculer l'allongement ℓ_1 en fin de phase « stick ». Quel coefficient de frottement pouvez-vous en déduire ?
4) On se place ici dans la phase « slip », et on prend comme origine des temps le début de cette phase. Déterminer l'allongement $\ell(t)$ du ressort au cours de cette phase. En déduire l'équation permettant de déterminer l'instant τ auquel cesse cette phase.
5) Un calcul technique permet d'en déduire l'allongement ℓ_2 en fin de phase « slip » : $\ell_2 = (2f_d - f_s)\frac{mg}{k}$. Déterminer la valeur du coefficient de frottement inconnu.
6) Calculer la période *T* du phénomène. Quel est l'ingrédient essentiel pour qu'apparaisse ce phénomène ? Application numérique : *m* = 1,6 kg ; *k* = 150 N.m^{-1} ; *V* = 10 µm.s^{-1}. Comparer à la courbe.

7) Dans les cas de la vie courante, dans quel intervalle est comprise la période T ? Comment éviter le crissement d'une craie ou le grincement d'une porte ?

Exercice 6 : Mesure d'un coefficient de frottement

Une planche rectangulaire homogène de masse M et de longueur L est susceptible de tourner sans frottement autour d'un axe horizontal Δ (liaison pivot idéale) passant par le centre de masse de la planche. On dépose délicatement une pièce carrée de dimensions négligeables et de masse m sur l'une des extrémités de la planche.

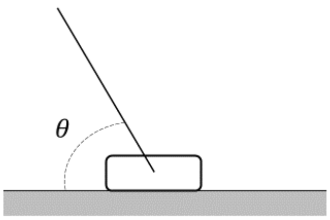
L'ensemble est lâché sans vitesse initiale dans une position initiale horizontale. On observe que la pièce commence à glisser après une rotation de 9,0 ± 0,5 degrés.

Données : M = 100 g ; m = 10 g ; L = 100 cm ; g = 9,8 m.s^{-2}. Le moment d'inertie de la planche par rapport à l'axe Δ vaut : $J = \frac{ML^2}{12}$.

1) Déterminer le coefficient de frottement f caractérisant le contact entre la pièce et la planche.
2) Que vaut la vitesse angulaire de rotation de la planche au moment où le glissement s'amorce ?
3) La mesure de l'angle de début de glissement a été réalisée via un enregistrement vidéo du mouvement. Celui-ci permet une analyse image par image toutes les 40 millisecondes. Que pensez-vous de la précision annoncée de 0,5 degrés sur la mesure de l'angle de début de glissement ?

Exercice 7 : le ménage sans trop se fatiguer…

Un balai Bissell® est constitué d'un bloc solide de masse M glissant sur le sol avec un coefficient de frottement μ. Une tige de masse négligeable, articulée idéalement au niveau du bloc, permet de pousser ou de tirer celui-ci. Elle forme l'angle θ avec le sol. L'opérateur exerce alors une force $\vec{F}$ supposée colinéaire à la tige. Sous l'effet de la force $\vec{F}$, le bloc est animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme.



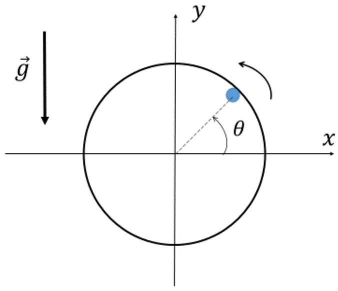
Vaut-il mieux pousser ou tirer le balai pour économiser ses forces ?

Exercice 8 : en regardant tourner le sèche – linge …

Dans le tambour d'un sèche-linge (rayon $R = 25$ cm, vitesse angulaire de rotation $\omega = 50$ tr/min), on observe que le mouvement d'une chaussette s'effectue selon une alternance de deux phases :

- dans une première phase, elle est entraînée par le tambour dans un mouvement de rotation uniforme ;
- dans une deuxième phase, elle retombe en chute libre.

L'observation montre qu'à chaque tour, elle décolle du tambour au même endroit.



1. Quelle est la position θ_0 où se produit la rupture du contact ?
2. Décrire qualitativement ce qui se passe ensuite.
3. Le contact chaussette – tambour est caractérisé par un coefficient de frottement de glissement $\mu \approx 1$. Y a-t-il glissement de la chaussette avant la rupture du contact ?

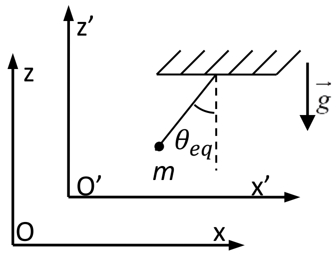
Référentiels non galiléens

Exercice 9 : expérience improbable au volant d'une Ferrari

Un pendule simple de longueur ℓ est accroché au plafond d'un véhicule animé d'un mouvement d'accélération constante $\vec{a} = a\overrightarrow{e_x}$ par rapport à un référentiel $R = (Oxyz)$. On note $R' = (O'x'y'z')$ le référentiel lié au véhicule.

1) Déterminer l'angle θ_{eq} correspondant à la position d'équilibre du pendule dans le référentiel R'.

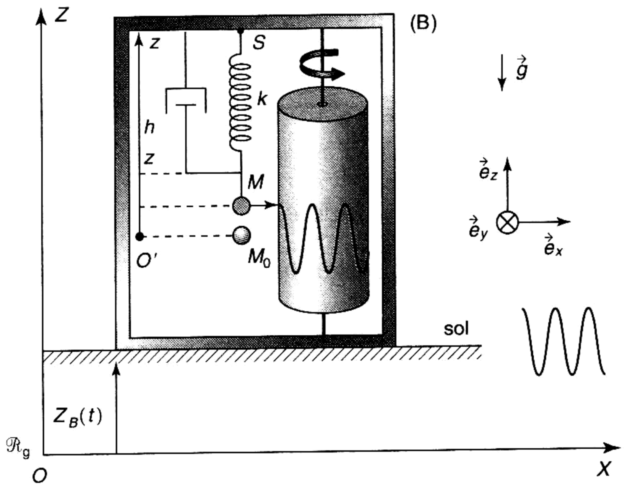
2) Selon le constructeur, la Ferrari 360 Modena met un temps $\Delta t = 4{,}5\ s$ pour passer de 0 à $100\ km.h^{-1}$. Déterminer une valeur approchée de θ_{eq} dans ce cas.



3) Etudier dans le référentiel R' les petites oscillations du pendule autour de sa position d'équilibre et exprimer la pulsation d'oscillation du pendule en fonction de g, l, θ_{eq}.

Exercice 10 : Sismographe à ressort

Le sismographe est un instrument chargé d'enregistrer les mouvements vibratoires de l'écorce terrestre. Son principe est représenté sur la figure ci-dessous. Il est constitué d'un ressort (de masse négligeable, constante de raideur *k* et longueur ℓ_0 au repos), dont l'extrémité supérieure S est fixée au boîtier rigide (B) de l'instrument qui repose sur le sol, et dont l'extrémité inférieure est accrochée à un point matériel *M* de masse *m*.
La position de *M* est repérée par sa cote $z(t)$ sur l'axe (O'*z*) fixe par rapport au boîtier.
L'origine O' de cet axe correspond à la position d'équilibre du point matériel en l'absence d'onde sismique. Le mouvement de *M* est aussi amorti par une force de frottement fluide $-h\dot{z}(t)\vec{e}_z$ où *h* > 0.
Lorsque le sol est localement mis en mouvement sous l'effet de secousses sismiques, le référentiel du boitier est animé, par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen, d'un mouvement vertical représenté par la fonction $Z_B(t)$. La réponse du sismographe est caractérisée par la fonction $z(t)$ que l'on enregistre à l'aide d'un marqueur.



1) Montrer qu'en présence de l'onde sismique, l'équation du mouvement de M s'écrit : $\ddot{z}(t) + \frac{\omega_0}{Q}\dot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) = -\ddot{Z}_B(t)$. Quel est le sens physique de la grandeur $\frac{Q}{\omega_0}$?
2) La secousse sismique est un signal constitué d'une multitude de composantes spectrales. Déterminer la réponse du sismographe en régime sinusoïdal forcé. Commenter.
3) Comment doit-on choisir les paramètres de l'appareil pour enregistrer fidèlement les secousses sismiques ? On attend des valeurs numériques.

Exercice 11 : Tournez manège !

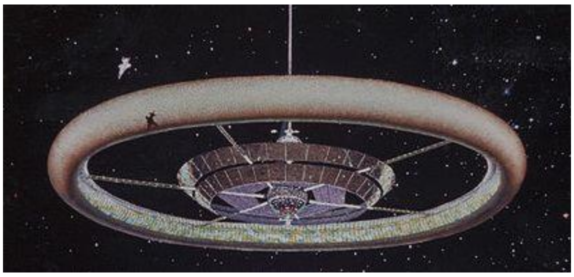
Dans l'expérience ci-dessous, trois personnes se trouvent sur un plateau tournant à la vitesse angulaire constante ω. Pour rester en équilibre, elles doivent s'incliner vers l'avant d'un angle α par rapport à la verticale.

4) Expliquer pourquoi α augmente lorsque les personnes sont de plus en plus éloignées du centre du plateau.

5) Donner une estimation de la vitesse angulaire de rotation ω.

Exercice 12 : Colonie spatiale

De nombreux ouvrages de SF imaginent la possibilité pour une colonie de vivre dans des stations spatiales de grande taille dans des conditions proches de celles de la Terre. Pour simuler l'attraction gravitationnelle terrestre, on peut penser mettre en rotation autour d'un axe des systèmes à symétrie de révolution, comme par exemple le Tore de Stanford :



Pour ce tore, le rayon moyen vaut $R = 1.8\ km$ et la section du tore est un disque de rayon $r = 150\ m$.

1) On désire reproduire une pesanteur artificielle à l'intérieur de l'anneau. Expliquer comment cela est possible et déterminer, en tours par minute, la vitesse angulaire de rotation du système. Déterminer alors la différence de pesanteur ressentie entre les pieds et la tête d'un habitant.

2) Pourquoi parait-il difficile d'envisager des stations de petit rayon moyen ?

3) La densité de population d'une ville comme Paris est de 20 000 habitants / km^2. En prenant cette valeur de densité, évaluer le nombre de personnes de la colonie.

Exercice 13 : Mouvement newtonien et barrière centrifuge

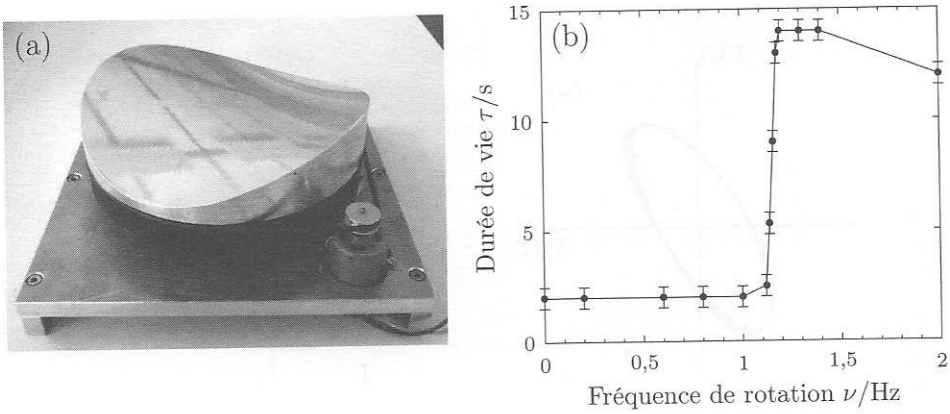
On considère une masse ponctuelle m plongée dans un champ newtonien dérivant d'une énergie potentielle $E_p = \frac{k}{r}$.

1) On se place tout d'abord dans un référentiel galiléen. Quelles grandeurs sont conservées au cours du mouvement ? En déduire l'équation liant $\dot{r}$ et r et introduire la notion d'énergie potentielle effective.
2) On cherche maintenant à donner un sens physique concret au terme supplémentaire apparaissant dans l'énergie potentielle effective. Pour cela, nous nous plaçons dorénavant dans le référentiel tournant, tel que le seul mouvement de la particule qui y subsiste est purement radial.
   Reprendre l'étude précédente. Interpréter.

Exercice 14 : Stabilisation et piégeage par effet Coriolis

Une particule de masse m astreinte à se déplacer dans le plan (x, y) est soumise à une force dérivant de l'énergie potentielle $E_p(x, y) = \frac{m\omega^2}{2}(x^2 - y^2)$.

1) La particule peut-elle demeurer en équilibre ? Si oui, en quel point ?
2) On met le système en rotation autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire Ω. A quelle condition sur Ω la particule peut-elle être piégée ? Tracer le diagramme de stabilité dans le plan (Ω, ω). Quelle est la cause de l'éventuelle stabilisation ?
3) La figure (a) montre une réalisation expérimentale sous forme d'une selle tournante (expérience montée par Tobias Koch, Universität Stuttgart). L'équation de sa surface est $z = \frac{x^2 - y^2}{R}$ où R = 45 cm, et elle est entraînée en rotation à la fréquence $\nu = \frac{\Omega}{2\pi}$ à l'aide d'un moteur électrique. On place à l'instant t = 0 une bille d'acier au centre de la selle et on mesure le temps τ au bout duquel la bille quitte la selle tournante. La figure (b) représente la « durée de vie » τ en fonction de la fréquence ν. Commenter. Les résultats expérimentaux sont-ils en accord avec la théorie ?



Exercice 15 : Balle de ping-pong dans un aquarium tournant

On considère un (grand !) aquarium cylindrique entraîné en rotation autour de son axe de révolution à vitesse angulaire constante ω. Au fond de l'aquarium, à une distance R de l'axe, est fixée une ficelle de longueur ℓ au bout de laquelle est attachée une (petite !) balle de ping-pong totalement immergée dans l'eau. Décrire ce qui se passe en régime permanent. La ficelle est-elle déviée vers l'intérieur ou vers l'extérieur ? De quel angle ?

Indication : on pourra commencer par calculer la résultante des forces de pression subies par un *petit* volume d'eau en régime permanent…

Exercice 16 : Tryphon Tournesol à la foire aux plaisirs…

Tryphon Tournesol entreprend de mesurer des durées à l'aide de son inévitable pendule (masse ponctuelle m, fil inextensible de longueur ℓ). Il observe les *petites* oscillations de son engin, et à l'aide d'un compteur de son invention, il enregistre le nombre N de passages du fil à la position verticale.

1) Tryphon est immobile dans le parc du château de Moulinsart. Exprimer N pour une durée totale Δt en fonction des données.

2) Tryphon se rend ensuite à la foire aux plaisirs, et monte dans la grande roue. Celle-ci tourne *lentement* autour de son axe horizontal, à la vitesse angulaire Ω. La nacelle dans laquelle est monté notre héros est articulée de sorte que son plancher reste horizontal. La main de Tryphon décrit alors un cercle de rayon R.

   Données : g = 9,8 m.s^{-2} ; ℓ = 10 cm ; R = 10 m ; Ω = 0,1 rad.s^{-1}.

   Comparer les indications N et N' données par l'appareil de Tryphon respectivement dans le parc de Moulinsart, et dans la nacelle de la grande roue, après un tour de celle-ci. Calculer numériquement l'écart relatif des indications lues par Tryphon dans ces deux situations.

Exercice 17 : Popeye fait le Tour du Monde à la voile

Popeye s'est engagé dans un tour du monde à la voile risqué, et se retrouve coincé sur l'équateur par une absence totale de vent. Mais Popeye a de la ressource, et des épinards en stock. Après en avoir englouti quelques boîtes, il entreprend de hisser l'ancre (de masse m = 200 kg) de son bateau (de masse M = 1000 kg) jusqu'en haut du mât (de hauteur h = 20 m).

Popeye est-il tiré d'affaire ? (On raisonnera successivement dans le référentiel géocentrique, puis dans le référentiel terrestre).

Exercice 18 : limite de Roche

Pour les planètes du système solaire, on a observé que les satellites de ces planètes ne pouvaient exister que si le rayon de leur trajectoire était supérieur à une distance d_R appelée distance limite de Roche, cette distance limite dépendant de la planète considérée.

Quel est le phénomène tendant à disloquer le satellite ? Déterminer l'expression de la distance d_R. On pourra introduire toutes les grandeurs nécessaires à la modélisation du problème.

Idée : à la suite d'Edouard Roche, il sera rusé de modéliser le satellite par un haltère constitué de deux demi-satellites…