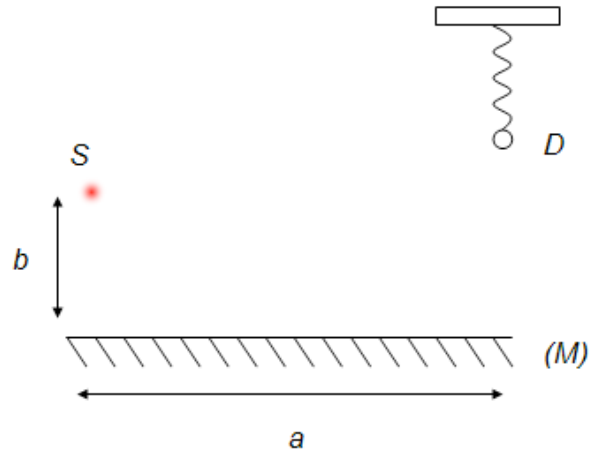


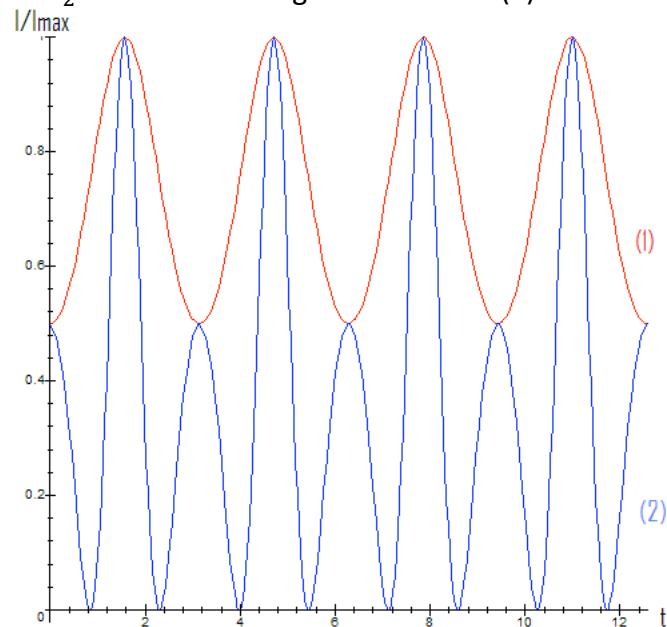
## Optique

### Exercice 1 : Oscillations dans un champ d'interférence

Soit le dispositif suivant, où  $S$  est une source ponctuelle de lumière monochromatique,  $(M)$  un miroir plan, et  $D$  un détecteur de masse  $m = 10$  g accroché au bout d'un ressort de raideur  $k$ .



- 1) Décrire les caractéristiques de la figure d'interférence dans le plan perpendiculaire au miroir, à droite.
- 2) On considère qu'à l'équilibre,  $D$  est à l'altitude  $z = 0$ , en un maximum d'intensité. On lâche  $D$  depuis une altitude  $z_1 > 0$  et on enregistre la courbe (1), puis on lâche  $D$  depuis une altitude  $z_2 > 0$  et on enregistre la courbe (2).



Expliquer ce qui se passe, et calculer  $k$ ,  $z_1$  et  $z_2$ .

### Exercice 2 : Interférence d'une onde plane et d'une onde sphérique

Une lentille convergente  $L$  de diamètre 40 mm trouée en son centre est utilisée comme système interférentiel à deux ondes. Elle est éclairée par une source ponctuelle monochromatique  $S$  située au foyer objet principal de  $L$ . On note  $d$  la distance entre  $S$  et la face de sortie de  $L$ . Le trou a un diamètre de 10 mm et une profondeur sur l'axe  $e = 3,0$  mm. On dispose un écran perpendiculairement à l'axe optique à la distance  $d$  de la face de sortie de  $L$ .

- 1) Justifier le fait qu'on réalise ici l'interférence d'une onde plane et d'une onde sphérique. Faire un dessin et y représenter le champ d'interférence.
- 2) Quelle est la géométrie des franges d'interférence ? Représenter l'allure de l'écran d'observation.
- 3) Calculer le déphasage des deux ondes sphérique et plane en un point  $P$  de l'écran appartenant au champ d'interférence (on prendra l'origine des phases en  $S$  ; on pourra introduire la distance  $\rho$  de  $P$  à l'axe).
- 4) Que valent les rayons des franges brillantes extrêmes sachant que la longueur d'onde vaut  $\lambda = 586$  nm,  $d = 20$  cm et l'indice du verre  $n = 1,52$ .

### Exercice 3 : Vélocimétrie Laser

Une tranche de fluide homogène d'indice  $n$  comprise entre deux plans  $z = \frac{e}{2}$  et  $z = -\frac{e}{2}$  est illuminée par deux ondes planes de même amplitude  $A_0$  issues d'un même LASER de longueur d'onde  $\lambda_0 = 503,0$  nm, de vecteurs d'onde respectifs  $\vec{k}_1 = \frac{2\pi n}{\lambda_0} (\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_y)$  et

$\vec{k}_2 = \frac{2\pi n}{\lambda_0} (-\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_y)$ . Les deux faisceaux ont la même largeur, et se croisent autour de l'origine  $O$  du repère  $(O, x, y, z)$ .

- 1) Faire un dessin représentant la zone de superposition des deux faisceaux.
- 2) Calculer le déphasage des deux ondes planes et l'éclairement  $I(P)$  en un point  $P$  du champ d'interférence. Représenter les franges d'interférences sur le dessin. Que vaut l'interfrange ?
- 3) Le fluide contient des particules diffusantes ; chaque particule diffuse dans tout l'espace un éclairement proportionnel à l'éclairement  $I(P)$  au point  $P$  où se trouve la particule à l'instant considéré. Le fluide est en mouvement et imprime aux particules une vitesse  $\vec{v}$ . On ne considère pour l'instant qu'une seule particule. L'éclairement qu'elle diffuse est converti en tension  $V(t)$  par un photodétecteur.

Que vaut la fréquence  $f$  de cette tension ? A quelle composante de la vitesse la mesure de  $f$  permet-elle d'accéder ? Comment mesurer l'autre composante ?

- 4) Pour augmenter l'amplitude du signal détecté, on disperse un grand nombre  $N$  de particules diffusantes dans tout le fluide. Que se passe-t-il si leurs positions initiales sont aléatoires ? Quelle précaution doit-on prendre pour pouvoir mesurer la vitesse de l'écoulement ?

#### Exercice 4 : Interféromètre stellaire de Fizeau-Michelson

Deux télescopes « montés en trous d'Young » sont équivalents à un écran opaque percé de deux trous d'Young distants de  $a$  ( $a$  est ajustable et peut valoir 7 m au maximum) suivis d'une lentille convergente équivalente de focale  $f' = 41$  m.

On observe avec cet instrument une « étoile double », c'est-à-dire deux étoiles distinctes  $E_1$  et  $E_2$  mais proches qui gravitent l'une autour de l'autre ; les deux étoiles émettent chacune une vibration quasi-monochromatique de même longueur d'onde  $\lambda = 550$  nm avec la même intensité. La distance apparente de ces deux étoiles, ou diamètre apparent de l'étoile double, est l'angle  $\varepsilon$  sous lequel on voit l'étoile double depuis la terre.

- 1) Que peut-on dire des deux ondes émises par  $E_1$  et  $E_2$  ? Quelle est la différence  $\Delta p$  des ordres d'interférence  $p_1(M)$  et  $p_2(M)$  des deux ondes émises par les deux étoiles en un point  $M$  du plan focal image du télescope ?
- 2) Quelle est la plus petite valeur de l'écartement  $a$  des trous pour laquelle on obtient un éclairage uniforme ? En déduire une mesure de  $\varepsilon$ .
- 3) La distance  $a$  peut atteindre 7 m au maximum à l'aide d'un système de quatre miroirs. Quelle est la valeur minimale de  $\varepsilon$  mesurable avec cet interféromètre ?

#### Exercice 5 : Expérience de Fizeau

Soit deux trous d'Young  $T_1$  et  $T_2$  distants de  $a = 10$  mm, percés dans un écran opaque éclairé par une source ponctuelle  $S$  monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 585,0$  nm ( $S$  est située dans le plan médiateur de  $T_1$  et  $T_2$ ). On observe les phénomènes d'interférences sur un écran situé à  $D = 20$  m des trous d'Young.

L'expérience de Fizeau consiste à placer derrière chaque trou un tube horizontal de longueur  $L = 5$  m rempli d'eau ; les tubes sont traversés par la lumière sous incidence quasi-normale (les deux rayons qui interfèrent sur l'écran sont donc quasi-horizontaux). On crée dans ces tubes deux courants d'eau de même vitesse  $v_e = 7$  m.s<sup>-1</sup>, de sens opposés.

L'indice de l'eau au repos valant  $n = 1,337$ , la vitesse de la lumière est égale à  $c/n$  dans le référentiel de l'eau.

- 1) On suppose que la vitesse de la lumière dans l'eau en mouvement, mesurée dans le référentiel du laboratoire, vaut :  $v = c/n \pm v_e$  (hypothèse H).

Calculer la variation de l'ordre d'interférence en un point de l'écran lors de l'établissement des courants d'eau. Sachant qu'on observe un déplacement des franges de

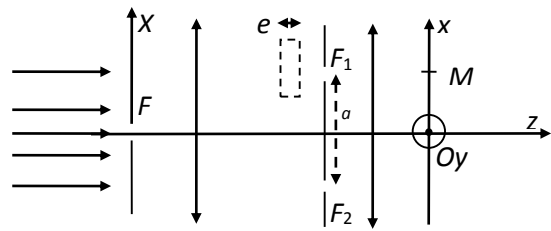
$\Delta x = 0,37 \pm 0,05$  mm, que faut-il penser de l'hypothèse (H) ?

- 2) Un raisonnement plus fin analysant la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu en mouvement donne une vitesse de la lumière dans l'eau en mouvement, mesurée dans le référentiel du laboratoire, valant :  $v = c/n \pm v_e (1 - 1/n^2)$ . Le résultat de ce calcul est-il en accord avec l'expérience ? Conclure.

**Exercice 6 : Modification d'une figure d'interférence par interposition d'une lame de verre**

Une fente source allongée parallèle à l'axe  $Oy$  est éclairée par de la lumière monochromatique

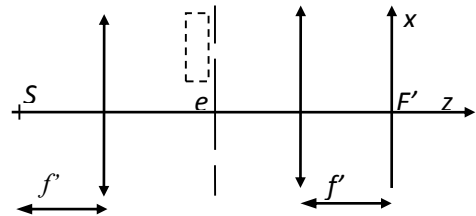
( $\lambda = 0,546 \mu\text{m}$ ). Elle est placée au foyer objet d'une lentille convergente de façon à obtenir de la lumière parallèle en incidence normale sur une plaque percée par deux fentes  $F_1$  et  $F_2$  allongées parallèles à la fente source et distantes de  $a$ . On observe la figure d'interférences dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale  $f'$ .



- 1) Calculer la différence de marche  $\delta$  entre les rayons passés par  $F_1$  et ceux passés par  $F_2$  qui arrivent en un point  $M$  de l'écran d'ordonnée  $x$ . On exprimera le résultat en fonction de  $a$ ,  $f'$  et  $x$ . Quelle figure observe-t-on sur l'écran ? Où se trouve la frange d'ordre 0 ? Calculer l'interfrange  $i$ . A.N :  $f' = 10 \text{ cm}$  et  $a = 1 \text{ mm}$ .
- 2) On place devant  $F_1$  et parallèlement à la plaque une lame à face parallèles d'épaisseur  $e = 5 \text{ mm}$  et d'indice  $n = 1,52$ . Montrer que la figure d'interférences est translatée de  $x_0$  valeur à exprimer en fonction de  $a$ ,  $f'$ ,  $n$  et  $e$ . Faire l'A.N.
- 3) La lame est à présent inclinée d'un petit angle  $\alpha$ . Calculer la nouvelle valeur de  $\delta$ . Avec quelle précision peut-on positionner la lame perpendiculairement au faisceau si le plus petit déplacement de la figure d'interférences que l'on puisse détecter est de 0,1 interfrange ?

**Exercice 7 : Mesure de l'indice de l'air**

On éclaire deux fentes fines parallèles à  $Oy$ , distantes de  $a$ , à l'aide d'une fente source parallèle à  $Oy$  monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 600 \text{ nm}$  placée sur l'axe  $Oz$  au foyer objet d'une lentille convergente  $L_1$ . On place derrière les fentes une lentille convergente  $L_2$  de distance focale  $f'$  suivi d'un écran dans le plan focal image de cette dernière. L'ensemble est placé dans l'air d'indice  $n_a$ .



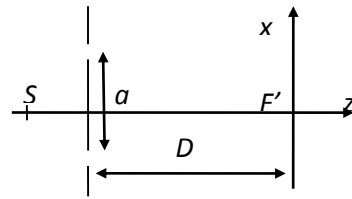
On place devant une des fentes une cuve à faces parallèles d'épaisseur  $e$  et on place en  $F'$  un détecteur d'intensité lumineuse. On fait le vide dans la cuve, puis on la remplit lentement d'air. Décrire qualitativement l'évolution du signal du détecteur. Montrer que cette expérience permet de mesurer l'indice de l'air.

Quelle longueur minimale doit-on donner à la cuve pour qu'une incertitude de comptage d'une unité se traduise par une incertitude d'indice de  $10^{-5}$ .

On prend  $e = 10 \text{ cm}$ . On compte 50 franges au maximum durant le remplissage. En déduire la valeur de  $n_a$ .

**Exercice 8 : frange achromatique dans le montage d'Young**

Soient deux fentes d'Young fines distantes de  $a = 3,3$  mm et placées à une distance  $D = 3$  m d'un écran. On place une lame transparente d'épaisseur  $e = 0,1$  mm et d'indice  $n$  derrière une des deux fentes.



Pour une source monochromatique à  $\lambda_0 = 550$  nm, on suppose que les franges sont déplacées de  $\Delta x = 47,3$  mm à l'introduction de la lame. Déterminer son indice.

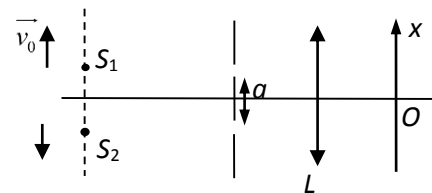
Les distances sur l'écran sont mesurées avec une précision de 0,01 cm. En déduire la précision sur  $n$ . Calculer l'interfrange  $i$  et expliquer pourquoi cette mesure est irréalisable en pratique.

La lame est à présent éclairée en lumière blanche et l'indice varie selon  $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ , avec  $A = 1,5$ . On note  $p(x,\lambda)$  l'ordre d'interférence en un point d'abscisse  $x$  de l'écran pour  $\lambda$ . Montrer qu'il existe une frange vérifiant  $\left(\frac{dp}{d\lambda}\right)_{x_0} = 0$ . Trouver sa position et l'ordre correspondant. Quelle est la « couleur » de cette frange ?

Quelle erreur sur la mesure de l'indice commet-on si on ne tient pas compte de la dépendance de  $n$  avec  $\lambda$  ?

**Exercice 9 : Mesure interférométrique de vitesse**

On considère deux fentes d'Young distantes de  $a$ , suivies d'une lentille convergente de focale  $f'$  et d'un écran placé dans le plan focal image de cette lentille. On éclaire le dispositif par l'intermédiaire de deux sources ponctuelles différentes, qui se déplacent à la vitesse  $v_0$  perpendiculairement aux fentes et symétriquement par rapport à l'axe du système. Les deux sources restent constamment dans un plan de front de l'axe situé à la distance  $d$  de la lentille. On se place dans le cas où  $d \gg a$  et  $d \gg S_1 S_2 \stackrel{\text{def}}{=} e$ . On suppose  $e = 0$  à  $t = 0$ .



On place un détecteur en  $x = 0$ . Montrer que le relevé de  $I(x=0,t)$  permet de déterminer la vitesse  $v_0$ .

### Exercice 10 : Procédé Lippman de photographie en couleurs

- 1) On éclaire sous incidence normale une pellicule argentique d'épaisseur  $e \approx 1$  mm posée sur un miroir parfaitement réfléchissant ( $M$ ). Pour une onde monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , on obtient après développement une succession de plans parallèles à ( $M$ ) où le chlorure d'argent est réduit en argent, équidistants de  $\lambda/2$ , le plan le plus proche du miroir se trouvant à  $\lambda/4$  du miroir. Interpréter (on rappelle qu'une réflexion sur un miroir introduit un déphasage supplémentaire de  $\pi$ ).
- 2) On ôte le miroir et on éclaire la photographie ainsi réalisée sous incidence normale en lumière blanche : on observe une lumière réfléchie quasi-monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . Interpréter en supposant que les plans obtenus à la question précédente sont semi-réfléchissants. Justifier que la lumière réfléchie est d'autant plus monochromatique que le rapport  $e/\lambda$  est plus grand. Pourquoi ne peut-on cependant pas choisir une épaisseur aussi grande que possible ?
- 3) Examiner le fonctionnement du procédé si on impressionne la pellicule avec une lumière bichromatique de longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Dire en quoi ce procédé permet de prendre des photographies en couleur avec une pellicule noir-et-blanc.

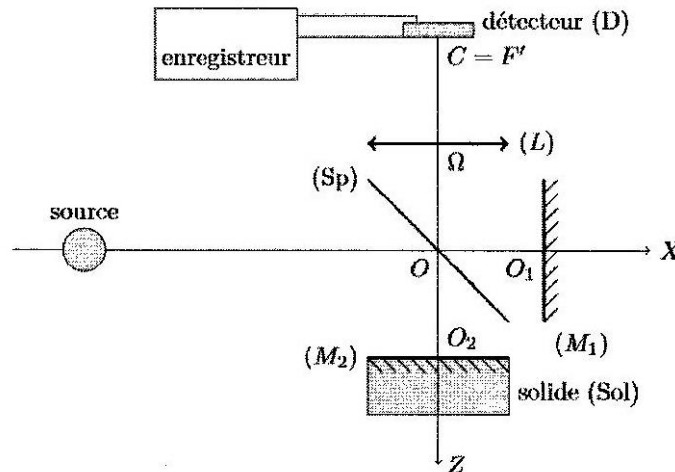
### Exercice 11 : Influence de la taille d'une photodiode sur le contraste du signal détecté

Un interféromètre de Michelson réglé en lame à faces parallèles, est éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On observe les interférences obtenues à l'infini, c'est-à-dire dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale  $f'$ .

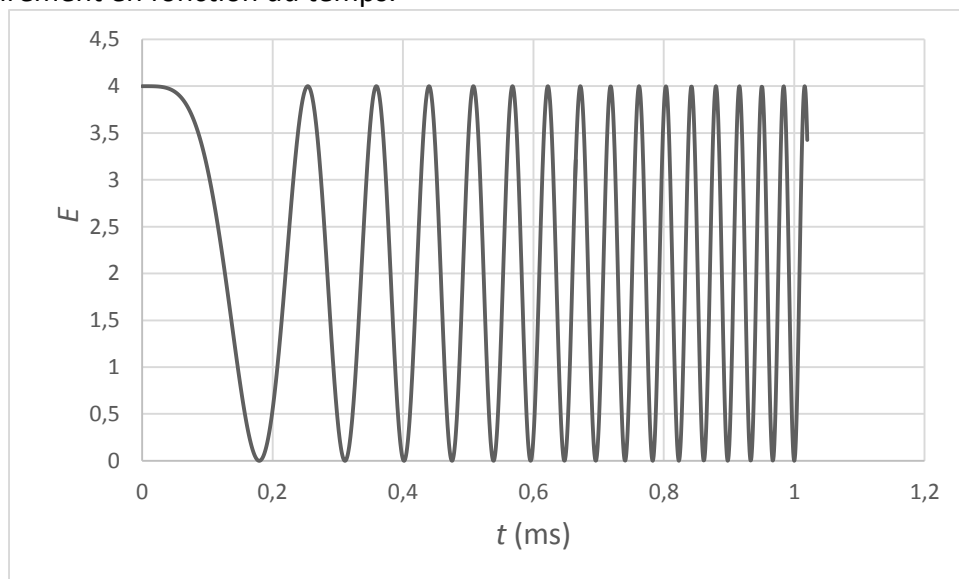
- 1) On place un photodétecteur au foyer principal image de la lentille, et on fait varier linéairement au cours du temps l'épaisseur  $e$  (translation du miroir mobile à vitesse constante  $v_0$ ). Le capteur est sensible à l'intensité reçue et délivre une tension qui lui est proportionnelle. Comment varie la tension délivrée par le capteur au cours du temps ?
- 2) En réalité, le capteur n'est pas ponctuel ; c'est un disque de rayon  $R$ , avec  $R \ll f'$ . De ce fait, il est sensible à l'intensité moyenne qu'il reçoit.  
Evaluer la variation de l'ordre d'interférence entre un point situé à la périphérie du capteur et son centre. Quelle est la durée maximale d'un enregistrement correctement contrasté ?

### Exercice 12 : Mesure interférométrique du champ de pesanteur

Un interféromètre de Michelson réglé en lame à faces parallèles est éclairé par une source étendue monochromatique ( $\lambda = 633 \text{ nm}$ ) centrée sur l'axe  $OX$ . Soit  $\ell_1$  la distance  $OO_1$  et  $\ell_2$  la distance  $OO_2$ . Cette dernière distance est variable car le miroir ( $M_2$ ) est solidaire d'un solide (Sol) mobile en translation selon l'axe vertical descendant  $OZ$ . On note  $e = \ell_2 - \ell_1$ , l'épaisseur de l'interféromètre. ( $L$ ) est une lentille convergente de centre optique  $\Omega$ , de focale  $f'_1 = 1,0 \text{ m}$ , et de foyer image principal  $F'$ .



- 1) Le solide (Sol) est en chute libre. Il est lâché sans vitesse initiale, et l'épaisseur initiale de l'interféromètre est nulle. Le graphe ci-dessous donne l'enregistrement de l'éclairement en fonction du temps.

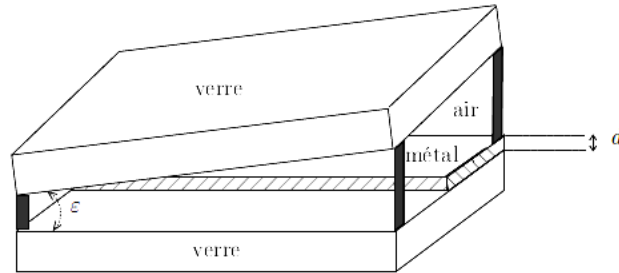


En déduire la valeur du champ de pesanteur terrestre  $g$ .

- 2) L'enregistreur utilisé est une photodiode qui est un petit disque de rayon  $R$  centré en  $F'$ , contenu dans le plan focal image de la lentille ( $L$ ).
- Si  $e$  est telle que l'intensité lumineuse est maximale en  $F'$ , quelle est la dimension de la première frange sombre ?
  - Dans l'expérience de mesure de  $g$ , on suppose que l'épaisseur  $e$  ne peut excéder  $10 \mu\text{m}$  (d'ailleurs, quelle est la vitesse du chariot lorsqu'il arrive en butée ?). A quelle condition sur  $R$  le signal enregistré ne sera-t-il pas affecté par la taille du capteur ? Cela vous paraît-il contraignant ?

**Exercice 13 : Mesure de l'épaisseur d'une couche mince**

On considère deux lames de verre dont les faces en regard forment un dièdre d'angle  $\varepsilon$  très faible. Une couche de métal d'épaisseur  $d$  recouvre partiellement la lame du dessous. Le coin d'air ainsi constitué est éclairé avec un faisceau parallèle monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda = 589 \text{ nm}$ , en incidence normale. On observe des franges d'interférence localisées au voisinage des plaques, et parallèles à l'arête, décalées du fait de la présence du dépôt de métal.



- 1) En mesurant le décalage relatif des franges sur l'image ci-dessous, déterminer l'épaisseur  $d$ .



- 2) Comment est modifiée la figure d'interférence si on augmente l'angle  $\varepsilon$  ? Si on remplace l'air entre les lames par de l'eau ?

**Exercice 14 : Mesure interférométrique de l'angle de mouillage d'une goutte d'eau sur un matériau hydrophile**

Une goutte d'eau déposée à la surface d'un matériau hydrophile a tendance à s'étaler (on dit que l'eau « mouille » la surface), l'interface air-eau formant un angle de mouillage  $\theta$  avec la surface :

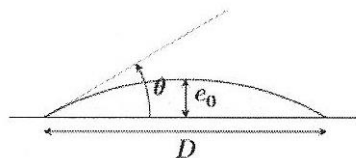


Figure 1 Vue en coupe d'une goutte d'eau sur un support hydrophile

On cherche à mesurer précisément cet angle de mouillage. Pour cela, on éclaire toute la goutte, posée sur un support partiellement réfléchissant, par un faisceau incident



monochromatique, parallèle, suffisamment large, et de direction de propagation orthogonale au support. A la surface de la goutte, chaque rayon est partiellement réfléchi et partiellement transmis (division d'amplitude). La partie transmise se réfléchit ensuite sur le support. L'observation se fait orthogonalement au support :

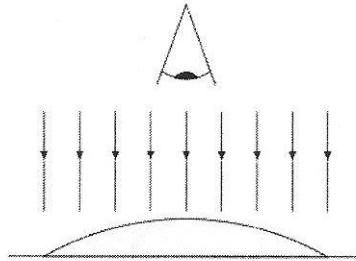


Figure 2

Vu la faible courbure de l'interface air-eau, on supposera que l'angle de réfraction est égal à l'angle d'incidence (les rayons transmis ne sont donc pas déviés lors de la réfraction). On assimilera l'interface air-eau à une calotte sphérique de rayon  $R$  ( $R \gg e_0$  où  $e_0$  est l'épaisseur maximale de la goutte).

L'expérience est réalisée avec une goutte de diamètre  $D = 0,40$  mm, un faisceau de longueur d'onde  $\lambda = 632,8$  nm ; l'indice de l'eau vaut  $n = 1,33$ . Le pouvoir de séparation de l'œil est d'environ 1,5 minute d'arc.

- 1) Proposer un dispositif permettant d'éclairer la goutte sans gêner l'observation.
- 2) Qu'observe-t-on ? Cette observation peut-elle se faire l'œil nu ?
- 3) On compte 30 anneaux brillants visibles. En déduire un encadrement de l'angle de mouillage  $\theta$ .
- 4) Proposer un protocole permettant de vérifier la sphéricité de la goutte.

### Exercice 15 : Localisation des franges du coin d'air

On éclaire un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air (d'angle  $\alpha \ll 1$ ) par une OPPH issue d'une source ponctuelle située dans le plan focal objet d'une lentille convergente, arrivant sous l'incidence  $i \ll \frac{\pi}{2}$  par rapport au miroir  $M_1$  (confondu avec le plan  $xOz$ , et donc de normale  $Oy$ ).

- 1) Faire un dessin. Les deux vecteurs d'onde des deux OPPH réfléchies par chacun des deux miroirs valent respectivement :  

$$\vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin i \vec{u}_x + \cos i \vec{u}_y)$$
 et 
$$\vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin(i + 2\alpha) \vec{u}_x + \cos(i + 2\alpha) \vec{u}_y)$$
  
 Que vaut le déphasage des deux ondes réfléchies en un point  $M(x, y, z)$  ?
- 2) Où l'intensité résultant de l'interférence des deux ondes réfléchies est-elle maximale ? Les franges sont-elles localisées ?
- 3) La source lumineuse est maintenant une source étendue située à l'infini, qui envoie des rayons d'inclinaisons comprises entre  $-i_0$  et  $+i_0$  (avec  $i_0 \ll 1$ ) par rapport au miroir  $M_1$ .

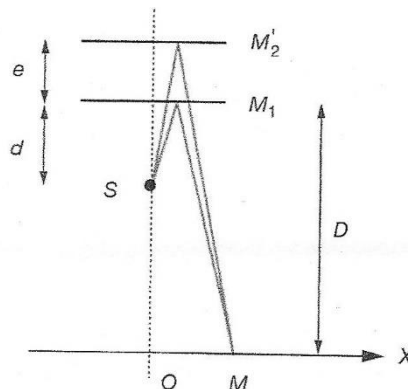
Pour un angle  $i$  compris entre  $-i_0$  et  $+i_0$  (c'est-à-dire pour un unique point source situé à l'infini dans la direction  $i$ ), l'ordre d'interférence en un point  $M(x, y, z)$  vaut, à l'ordre 2 par rapport à  $i$  :  $p(x, y; i) = p_0(x, y) + i \left( \frac{\partial p}{\partial i} \right)_{i=0} + \frac{i^2}{2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial i^2} \right)_{i=0} + \mathcal{O}(i^3)$ .

- Quel est le lieu de l'espace où l'ordre d'interférence est indépendant de  $i$ , à l'ordre 2 près ? Interpréter physiquement ce résultat.
- On se place ici en un point de ce lieu. Déterminer la portion de ce lieu pour laquelle on conservera des franges bien contrastées (on exprimera la taille de cette portion en fonction de  $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $i_0$ ). Effectuer l'application numérique pour  $\alpha = 10$  minutes d'arc,  $i = 5^\circ$  et  $\lambda = 500$  nm.

### Exercice 16 : Largeur de cohérence spatiale d'un Michelson en lame à faces parallèles

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame à faces parallèles. Le but de cet exercice est d'interpréter pourquoi les franges se localisent à l'infini lorsqu'on élargit la source et aussi de voir si, à l'infini, la taille de la source joue encore un rôle.

L'interféromètre est éclairé dans un premier temps par une source ponctuelle  $S$ , monochromatique (longueur d'onde  $\lambda$ ). On a représenté ci-dessous le schéma équivalent à l'interféromètre :



- Pour des rayons peu inclinés ( $|X| \ll D + d$ ) et une épaisseur faible ( $2e \ll D + d$ ), calculer l'ordre d'interférence  $p(M)$ . Quelle est la forme des franges ?
- On suppose que  $\frac{2e}{\lambda}$  est un entier. Qu'observe-t-on au point  $O$  ? Donner la « taille »  $X_m$  de la frange brillante numéro  $m$ , comptée en partant du point  $O$ .
- On considère une seconde source  $S'$  ponctuelle, monochromatique et incohérente avec  $S$ , située légèrement à droite de  $S$ . On cherche à savoir si le contraste des franges reste élevé. Pour cela, on se donne le critère suivant : les franges restent bien visibles si le décalage des deux systèmes de franges dus aux deux points  $S$  et  $S'$  est inférieur à un quart « d'interfrange ». A quelle condition les  $m$  premières franges restent-elles bien contrastées ?
- On souhaite observer le plus grand nombre possible de franges. Où doit-on placer l'écran ? Que peut-on dire de la largeur de cohérence spatiale de l'interféromètre réglé en lame à faces parallèles ?

### Exercice 17 : Spectrométrie par transformée de Fourier au Michelson

Pour mesurer la largeur spectrale de la raie, centrée sur la longueur d'onde  $\lambda_0$ , émise par une lampe à mercure, on utilise un interféromètre de Michelson réglé en anneaux d'égalé inclinaison. Un capteur situé au foyer de la lentille de projection fournit un courant  $i(t)$  proportionnel à l'éclairement qu'il reçoit. A l'instant initial  $t = 0$ , l'appareil est réglé au contact optique. Un moteur permet alors de translater le miroir mobile à la vitesse constante  $v_0$ . On suppose que l'intensité lumineuse émise par la bande  $[\sigma, \sigma + d\sigma]$  ( où  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$  est le nombre d'onde ) vaut :  $dI = C \exp \left[ - \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{a} \right)^2 \right] d\sigma$   $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$  et  $a \ll \sigma_0$  (il s'agit d'une raie gaussienne ).

- 1) Tracer la courbe des variations de la densité spectrale

$i(\sigma) = \frac{dI}{d\sigma} = C \exp \left[ - \left( \frac{\sigma - \sigma_0}{a} \right)^2 \right]$ . Calculer la largeur  $\Delta\sigma$  du profil spectral  $i(\sigma)$  à mi-hauteur, et interpréter la constante  $a$ .

- 2) On réalise un enregistrement du courant  $i(t)$  délivré par le photodétecteur. Calculer  $i(t)$  et tracer l'allure de l'enregistrement.

Formulaire :  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}$

$$\int_0^{+\infty} e^{-\left(\frac{\sigma - \sigma_0}{a}\right)^2} \cos(2\pi\sigma\delta) d\sigma \approx a\sqrt{\pi} e^{-\pi^2 a^2 \delta^2} \cos(2\pi\sigma_0\delta)$$

- 3) Comment évolue la visibilité des franges ? Comment mesurer les paramètres de la raie gaussienne ? Comment faire le lien avec la longueur de cohérence de la lampe ?

### Exercice 18 : Mesure de l'indice d'un gaz

On éclaire un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air avec une source large. Les rayons issus de la source arrivent en incidence quasi normale. La lumière est monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 560$  nm. Le diamètre des miroirs est  $D = 2$  cm.



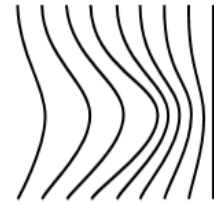
Comment placer une lentille convergente de focale  $f'$  et un écran pour observer les interférences sur l'écran ? Décrire l'allure des franges d'interférences.

On interpose devant un des miroirs le jet de gaz issu d'un briquet (non allumé). On observe sur l'écran la figurée ci-contre. Donner un ordre de grandeur de la différence d'indice de réfraction entre le gaz et l'air. Déterminer également l'angle  $\alpha$  entre les deux miroirs.

**Exercice 19 : Observation et mesure de défauts au Michelson (1)**

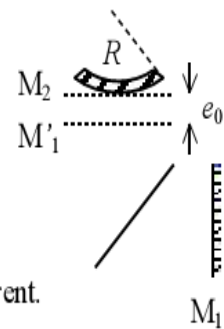
On dispose d'une lampe blanche, d'une lampe spectrale à  $\lambda = 589 \text{ nm}$ , d'un condenseur, d'une fente, d'un interféromètre de Michelson, d'un filtre anticalorique et de trois lentilles :  $f' = 20 \text{ cm}$  ;  $f' = 1 \text{ m}$  et  $f' = -10 \text{ cm}$ .

- On cherche à observer des franges rectilignes sur un écran à 2 mètres.  
Décrire le dispositif en précisant les lentilles utilisées.
- En pratique on observe les franges ci-contre. Expliquer. Où est localisé le défaut ? Expliquer comment évaluer l'épaisseur du défaut.
- Quelles sont les limites de la méthode ?



**Exercice 20 : Observation et mesure de défauts au Michelson (2)**

Le miroir  $M_2$  d'un interféromètre de Michelson est sphérique de rayon algébrique  $R$  tel que  $|R| \gg e$ . On éclaire avec une source étendue monochromatique  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  en incidence quasi-normale et on observe  $M_2$ . La lame séparatrice introduit un déphasage de  $\pi$ . On observe des anneaux de rayons  $r_k$  pour le  $k^{\text{ème}}$  anneau noir.



- Montrer que la différence de marche  $\delta$  vaut :  $\delta(r) = 2e_0 + \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$ .
- Nommer les deux types de miroir  $M_2$  possibles. En diminuant  $e_0$  les anneaux rentrent. On mesure  $r_1 = 5,7 \text{ mm}$  et  $r_{112} = 6 \text{ cm}$ . En déduire la nature de  $M_2$  et la valeur de  $R$ .

**Exercice 21 : Frange achromatique au Michelson**

- Un Michelson réglé au contact optique est utilisé en lumière blanche. Un expérimentateur passe en configuration coin d'air et place devant le miroir  $M_1$  une lame de verre d'épaisseur  $e$ , parallèlement à celui-ci. Décrire les aspects successifs de l'écran d'observation au cours de ces manipulations.
- L'indice du verre est  $n_0 = 1,526$ . Dans quel sens doit-on déplacer  $M_1$  pour retrouver le contact optique ? Déterminer l'expression du déplacement  $d$  du miroir en fonction de  $e$ ,  $n_0$  (on prendra  $n_{\text{air}} = 1$ ). On mesure  $|d| = 0,050 \pm 0,005 \text{ mm}$ . Calculer  $e$  et déterminer l'incertitude sur cette mesure.
- En réalité, l'indice du verre dépend de la longueur d'onde, la valeur  $n_0$  correspondant à la longueur d'onde  $\lambda_0$ . On donne  $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$  avec  $B = 3,5 \cdot 10^3 \text{ nm}^2$ . Expliquer pourquoi il est impossible de parler dans ce cas de frange d'ordre zéro. On repère en réalité la frange achromatique pour laquelle l'ordre d'interférence vérifie  $\left(\frac{dp}{d\lambda}\right)_{\lambda_0} = 0$ . Justifier cette affirmation. Déterminer l'épaisseur de la lame. Quelle erreur relative commet-on en confondant la frange achromatique et la frange d'ordre 0 de la question précédente ?

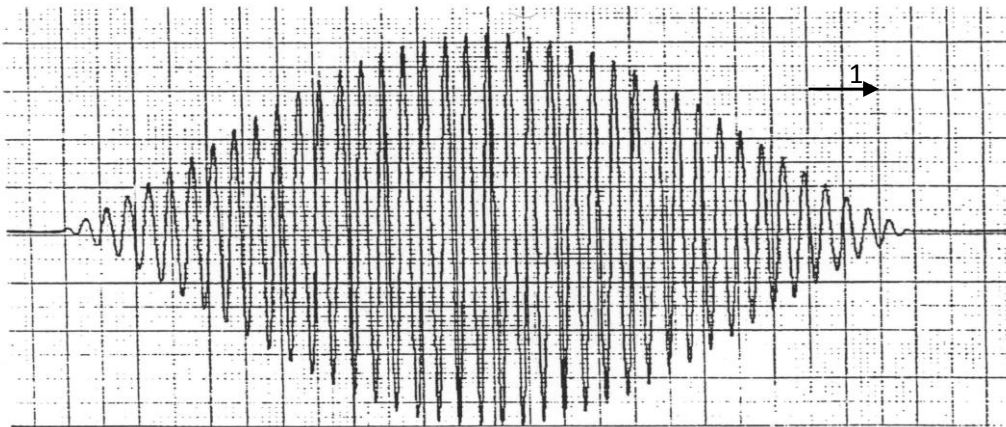
**Exercice 22 : Mesure de la bande passante d'un filtre interférentiel**

On désire mesurer la bande passante  $\Delta\lambda$  d'un filtre. Pour cela, on utilise un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. On éclaire le Michelson avec une source de lumière blanche placée devant le filtre. On place au foyer image  $F'$  de la lentille de projection un photorécepteur qui fournit une tension proportionnelle à son éclairement et qui est relié à une table traçante dont le bras se déplace à une vitesse de 1 cm/s. Le chariot du Michelson se déplace à la vitesse de  $1\mu\text{m/s}$ . On obtient le graphe donné en fin d'énoncé.

1) Donner la forme de l'intensité lumineuse  $I$  en  $F'$  en supposant que seule la radiation de longueur d'onde  $\lambda_0$  traverse le filtre. De quelle distance s'est déplacé le chariot entre deux maxima consécutifs ? En déduire la longueur d'onde centrale  $\lambda_0$  du filtre.

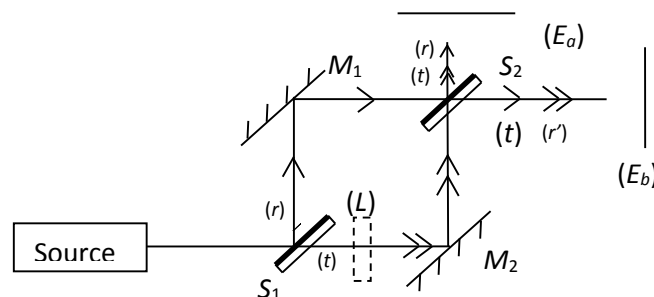
2) On pose  $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$  et  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ . On suppose que l'intensité spectrale de la lumière après la traversée du filtre est constante pour  $\sigma \in \left[ \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}, \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \right]$ , avec  $\Delta\sigma \ll \sigma_0$  (l'intensité de la radiation entre  $\sigma$  et  $\sigma + d\sigma$  vaut:  $dI = \alpha \cdot d\sigma$  où  $\alpha$  est une constante), et nulle ailleurs. Déterminer  $I$  et déduire du graphe la valeur de  $\Delta\lambda$ .

Critiquer le modèle choisi pour décrire le spectre.



**Exercice 23 : Interféromètre de Mach – Zender**

L'interféromètre de Marx-Zender est constitué de deux lames semi réfléchissantes  $S_1$  et  $S_2$  et de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$ , parallèles entre eux et inclinés à  $45^\circ$  par rapport à la direction du faisceau incident.



Les lames sont traitées en surface de sorte que leurs coefficients de réflexion (en amplitude) diffèrent selon que le rayon arrive en premier sur la face traitée, représentée en gras, (coefficient  $r$ ) ou sur la face non traitée (coefficient  $r'$ ) :  $r = t = \frac{1}{\sqrt{2}}$  et  $r' = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp i\pi$ .

On peut observer la superposition des deux rayons soit sur l'écran  $E_a$ , soit sur l'écran  $E_b$ .

Les distances  $S_1M_1$ ,  $S_1M_2$ ,  $S_2M_1$  et  $S_2M_2$  sont toutes égales. Le faisceau incident est monochromatique, on note  $s_0$  son amplitude et  $\lambda$  sa longueur d'onde.

- 1) Exprimer les intensités  $I_a$  et  $I_b$  au niveau des écrans  $E_a$  et  $E_b$ . Décrire l'aspect de chaque écran. Y a-t-il conservation de l'intensité lumineuse totale entre l'entrée et les deux sorties de l'interféromètre ?

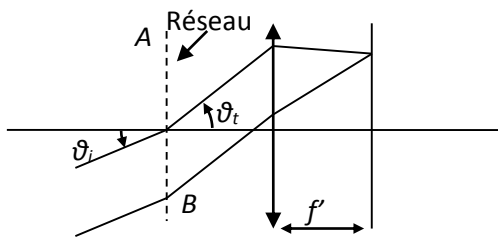
On place une lame de verre  $L$  d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n$  entre  $S_1$  et  $M_2$ , orthogonalement aux rayons. On donne le coefficient de transmission (en amplitude) de la lame  $t_\ell = \frac{4n}{(n+1)^2}$ .

- 2) Donner les nouvelles expressions de  $I_a$  et  $I_b$ . Y a-t-il conservation de l'intensité lumineuse totale entre l'entrée et les deux sorties de l'interféromètre ?
- 3) Pour quelles valeurs de  $e$  a-t-on  $\frac{I_b}{I_a} < 0,01$  ? A.N. pour  $\lambda = 1,0 \mu\text{m}$  et  $n = 1,5$ . Cet appareil est-il assez sensible pour mesurer des épaisseurs de lame inférieures à  $\frac{\lambda}{10}$  ?

### Exercice 24 : Doublet du sodium et réseau par transmission

Afin de distinguer les deux raies du sodium de longueur d'ondes  $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  et

$\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$ , on réalise à l'aide d'un réseau par transmission un spectre tel que l'ordre 2 coïncide avec un angle d'émergence nul pour la longueur d'onde moyenne  $\lambda_m = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$ . On observe ce spectre dans le plan focal d'une lentille de distance focale  $f' = 50 \text{ cm}$ . La largeur totale du réseau est  $L = AB = 2 \text{ cm}$ .



- 1) Exprimer la différence de marche entre deux rayons diffractés à l'infini par deux fentes consécutives du réseau.
- 2) Déterminer les valeurs de  $\vartheta_p$  pour lesquelles l'intensité est maximale. Déterminer également la largeur angulaire  $\Delta\vartheta$  des pics d'intensité.
- 3) Quel doit être le nombre minimal de traits par mm du réseau à utiliser pour séparer les deux radiations ?

- 4) On choisit un réseau qui a pour pas  $a = 2 \mu\text{m}$ . Quelle est, dans le plan d'observation, la distance qui sépare les deux raies? Déterminer le pouvoir de résolution théorique de ce réseau.
- 5) Déterminer alors l'angle d'incidence  $i$ .

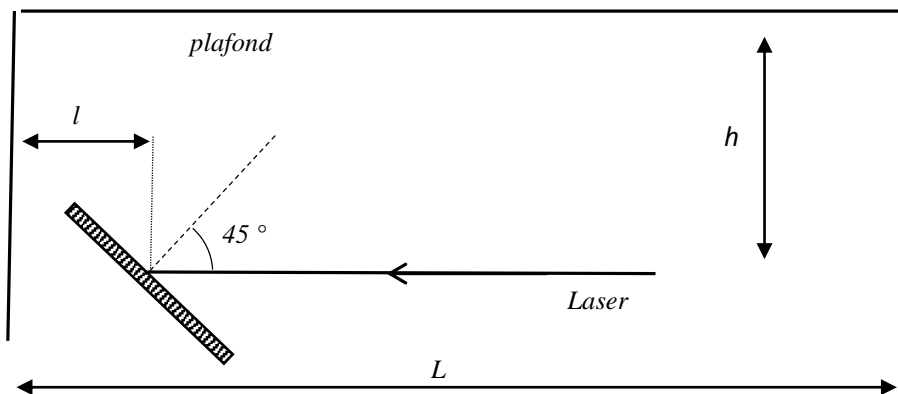
**Exercice 25 : Séparation d'un doublet de longueurs d'onde au minimum de déviation**

Un réseau constitué de 500 fentes par mm est éclairé par un faisceau de rayons parallèles de longueur d'onde moyenne  $\lambda_m = 578 \text{ nm}$ , sous incidence quelconque d'angle  $\theta_0$ . On note  $\theta$  l'angle d'émergence des rayons et on se limite aux rayons déviés dans le premier ordre. L'observation s'effectue dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale  $f' = 50 \text{ cm}$ , placée orthogonalement aux rayons émergents.

- 1) Faire un schéma du dispositif expérimental correspondant à cette situation.
- 2) On note  $D$  la déviation entre les rayons émergents et incidents. Exprimer  $D$  en fonction de  $\theta, \theta_0$ , et montrer que  $D$  admet un minimum  $D_m$  pour un angle d'incidence  $\theta_{0,m}$  dont on précisera l'expression.
- 3) La source présente en réalité un doublet jaune constitué de rayonnements de longueurs d'onde  $\lambda_1 = 576.95 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 579.05 \text{ nm}$ . Montrer que l'écran présente deux taches différentes dans le premier ordre et déterminer la distance qui sépare ces deux taches.
- 4) La source est désormais une fente parallèle aux fentes du réseau, de largeur  $b$  et placée au foyer objet d'une lentille convergente de distance focale  $f' = 10 \text{ cm}$ . Décrire le dispositif et donner la largeur maximale de la fente acceptable pour que les taches restent séparés.

**Exercice 26 : Etude d'un CD audio**

On éclaire la face d'un laser contenant les informations avec un laser monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Le CD est orienté à  $45^\circ$  par rapport à l'horizontale et renvoie des rayons lumineux sur le plafond de la salle. Le faisceau laser est horizontal. Sur le CD, l'information est stockée sur une spirale linéaire qui part du centre et qui va vers l'extérieur.



On donne  $h = 1,30 \text{ m}$ ,  $l = 1,00 \text{ m}$ ,  $L = 5,00 \text{ m}$ . On observe 9 taches au plafond, régulièrement espacées de  $51,4 \text{ cm}$ . Que vaut le pas de la spirale gravée sur le CD ?

### Exercice 27 : Spectrophotomètre

On considère un réseau par réflexion (figure 1) de pas  $a = 2 \mu\text{m}$  constitué de fentes fines parallèles à l'axe  $Ox$ . Ce réseau peut tourner d'un angle  $\alpha$  autour de l'axe  $Ox$ . Il est éclairé par de la lumière blanche dans la direction faisant l'angle  $\beta$  avec l'axe fixe  $Oz$  (direction normale au plan du réseau lorsque  $\alpha = 0$ ). On s'intéresse à la lumière diffractée dans la direction faisant l'angle  $\beta'$  avec  $Oz$ .

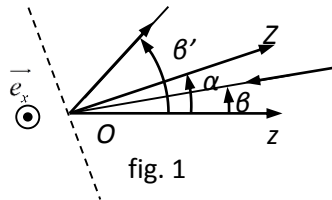


fig. 1

- 1) Calculer la différence de chemins optiques entre deux rayons consécutifs réfléchis par le réseau en fonction de  $a, \alpha, \beta$  et  $\beta'$ .
- 2) On cherche à sélectionner la longueur d'onde  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$  dans le spectre d'ordre 2 et la direction  $\beta' = 0$  lorsque  $\alpha = 0$ . Calculer la valeur que doit prendre l'angle  $\beta$ . On garde cette valeur pour la suite de l'exercice.
- 3) Dans quelle plage de valeurs l'angle  $\alpha$  doit-il se trouver pour pouvoir sélectionner dans la direction  $\beta' = 0$  et dans l'ordre 2, tout le spectre entre  $\lambda_{\min} = 400 \text{ nm}$  et  $\lambda_{\max} = 800 \text{ nm}$  ?

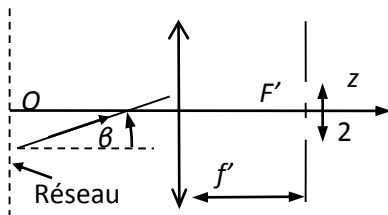


fig. 2

- 4) On utilise le montage de la figure 2, avec  $f' = 10 \text{ cm}$  et  $b = 1 \text{ mm}$ . On impose  $\alpha = 0$  (le faisceau incident n'est pas représenté). Montrer que la fente centrée sur le foyer image  $F'$  de la lentille, ne laisse passer qu'une petite bande spectrale  $\Delta\lambda$  centrée sur  $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ . Calculer  $\Delta\lambda$ . Quelle application peut-on proposer à ce dispositif ?