

Démonstration de la relation de conversion de puissance électromécanique parfaite dans une machine tournante en régime permanent

1. Moteur synchrone et moteur à courant continu

- **Bilan de puissance électrique** : tiré de la loi des mailles appliquée à l'enroulement rotorique et à (aux) enroulement(s) statorique(s)

$$\mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{alim}} = \mathcal{P}_{\text{Joule}} + \mathcal{P}_{\text{fcém}}$$

$$\text{où } \begin{cases} \mathcal{P}_{\text{Joule}} = \underbrace{\mathcal{P}_{\text{Cu}} + \mathcal{P}_{\text{Fe}}}_{>0} & \text{pertes modélisées par les résistances} \\ \mathcal{P}_{\text{fcém}} = \underbrace{E_1 i_1 + E_2 i_2}_{>0} & \text{moteur synchrone diphasé} \quad \text{ou} \quad \underbrace{E I_r}_{>0} & \text{moteur CC} \end{cases}$$

- **Bilan de puissance mécanique** : tiré du théorème du moment cinétique ou du théorème de l'énergie cinétique appliqué au rotor

$$\mathcal{P}_{\text{em}}^{\text{méca}} = \underbrace{\Gamma_{\text{em}} \Omega}_{>0} = \underbrace{\mathcal{P}_{\text{frott}}}_{>0} + \mathcal{P}_{\text{utile}}^{\text{méca}}$$

- **Bilan de puissance global** :

$$\mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{alim}} = \mathcal{P}_{\text{pertes}} + \mathcal{P}_{\text{utile}}^{\text{méca}} = \mathcal{P}_{\text{Joule}} + \mathcal{P}_{\text{frott}} + \mathcal{P}_{\text{utile}}^{\text{méca}}$$

Donc $\mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{alim}} = \mathcal{P}_{\text{Joule}} + \mathcal{P}_{\text{em}}^{\text{méca}}$, soit :

$$\mathcal{P}_{\text{fcém}} = \mathcal{P}_{\text{em}}^{\text{méca}}$$

$$\underbrace{\Gamma_{\text{em}} \Omega}_{>0} = \begin{cases} \underbrace{E_1 i_1 + E_2 i_2}_{\text{moteur synchrone diphasé}} \\ \underbrace{E I_r}_{\text{moteur CC}} \end{cases}$$

2. Alternateur synchrone ou génératrice CC

- **Bilan de puissance électrique** : tiré de la loi des mailles appliquée à l'enroulement rotorique et à (aux) enroulement(s) statorique(s)

$$\mathcal{P}_{fém} = \mathcal{P}_{Joule} + \mathcal{P}_{utile}^{élec}$$

$$\text{où } \begin{cases} \mathcal{P}_{Joule} = \underbrace{\quad}_{>0} = \text{pertes modélisées par les résistances} \\ \mathcal{P}_{fém} = \underbrace{e_1 i_1 + e_2 i_2}_{>0} \quad \text{alternateur diphasé} \quad \text{ou} \quad \underbrace{e I_r}_{>0} \quad \text{génératrice CC} \end{cases}$$

- **Bilan de puissance mécanique** : tiré du théorème du moment cinétique ou du théorème de l'énergie cinétique appliqué au rotor

$$\mathcal{P}_{méca}^{op} = \underbrace{\mathcal{P}_{frott}}_{>0} - \underbrace{\mathcal{P}_{em}^{méca}}_{\Gamma_{em}\Omega < 0}$$

- **Bilan de puissance global** :

$$\mathcal{P}_{méca}^{op} = \mathcal{P}_{pertes} + \mathcal{P}_{utile}^{élec} = \mathcal{P}_{frott} + \mathcal{P}_{Joule} + \mathcal{P}_{utile}^{élec}$$

Donc $\mathcal{P}_{méca}^{op} = \mathcal{P}_{frott} + \mathcal{P}_{fém}$, soit :

$$\mathcal{P}_{fém} + \mathcal{P}_{em}^{méca} = 0$$

$$\underbrace{\Gamma_{em}\Omega}_{<0} + \left\{ \begin{array}{c} \underbrace{e_1 i_1 + e_2 i_2}_{\text{alternateur diphasé}} \\ \underbrace{e I_r}_{\text{génératrice CC}} \end{array} \right\} = 0$$